



آزمون

۴



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



آزمون شماره ۴ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۱

۱۴۰۲/۷/۲۱

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۵	۱	۱۵	۲۵ دقیقه
۲	هندسه	۱۳	۱۶	۲۸	۲۳ دقیقه
۳	گسسته	۱۲	۲۹	۴۰	۲۲ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۲	فصل ۴	فصل ۲ (درس ۱)
هندسه	فصل ۴	—	فصل ۲ (درس ۱)
گسسته	فصل ۶ (شمارش)	—	فصل ۱ (درس ۳: همنهشتی) (صفحه ۱۸ تا ۳۰)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

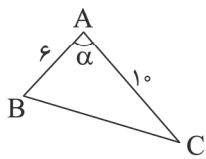
۱- اگر انتهای کمان مقابل به زاویه α در ناحیه دوم دایره مثلثاتی و $|\sin(\frac{3\pi}{4} - \alpha)| = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $\cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{4} + \alpha)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{7}{5}$ (۴) $-\frac{7}{5}$

۲- مقدار عبارت $\frac{1}{\cos^2 75^\circ} - \frac{1}{\sin^2 75^\circ}$ کدام است؟

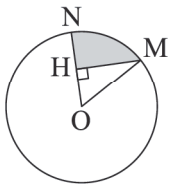
- (۱) $8\sqrt{3}$ (۲) $6\sqrt{3}$ (۳) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

۳- مساحت یک مثلث برابر ۲۴ و زاویه بین دو ضلع با اندازه‌های ۱۰ و ۶ برابر α است. مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟



- (۱) ± 0.48
(۲) ± 0.6
(۳) ± 0.8
(۴) ± 0.36

۴- در دایره مثلثاتی شکل زیر، MH عمود منصف ON است. مساحت ناحیه رنگی شده چند برابر مساحت مثلث OMH است؟



- (۱) $\frac{8\pi}{5\sqrt{3}} - 1$
(۲) $\frac{4\pi}{3\sqrt{3}} - 1$
(۳) $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}} + 1$
(۴) $\frac{2\pi}{5\sqrt{3}} + 1$

۵- اگر $|\tan \theta| = \frac{2}{3}$ و انتهای کمان θ در ناحیه دوم دایره مثلثاتی باشد، حاصل $\frac{\sin 2\theta}{\cos^4 \theta}$ برابر کدام است؟

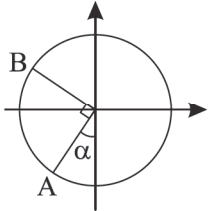
- (۱) $\frac{52}{27}$ (۲) $-\frac{39}{4}$ (۳) $-\frac{52}{27}$ (۴) $\frac{39}{4}$

محل انجام محاسبه

۶- با فرض $\alpha = \frac{\pi}{8}$ ، حاصل $P = \frac{\tan^f \alpha + \cot^f \alpha}{\sin^f \alpha + \cos^f \alpha}$ چقدر از ۴۵ بیشتر است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۷- در شکل زیر، نقطه $A(a, -\frac{4}{5})$ روی دایره مثلثاتی قرار دارد. در دستگاه مختصات، طول نقطه B کدام است؟



(۱) 0.6

(۲) 0.8

(۳) 0.48

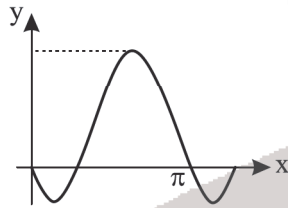
(۴) 0.96

۸- اگر x در ناحیه سوم و $\frac{-9}{13}$ باشد، حاصل $\frac{\tan(x - \frac{3\pi}{2}) + 2 \tan(\pi - x)}{\cot(x + 3\pi) - 3 \cot(\frac{\pi}{4} + x)}$ کدام است؟

(۱) 2 (۲) $2/5$

(۳) $4/5$ (۴) 3

۹- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + 2b \cos(\frac{x}{b} + \frac{\pi}{3})$ به صورت زیر است. حاصل $2b - a$ کدام است؟



(۱) 2

(۲) -2

(۳) 1

(۴) صفر

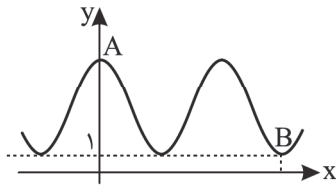
۱۰- دوره تناوب تابع $y = 2a - 1 + a \cos \frac{\pi}{b} x$ از طرفی با دو برابر مینیمم تابع و از طرف دیگر با نصف ماکزیمم تابع برابر است. حاصل

$a + |b|$ کدام است؟

(۱) 8 (۲) 4 (۳) 5 (۴) 7

محل انجام محاسبه

۱۱- بخشی از نمودار تابع $y = a + b \sin^2 \frac{a\pi}{p} x$ به صورت زیر است. اگر شیب پاره خط AB برابر $-\frac{1}{4}$ باشد مقدار b کدام است؟



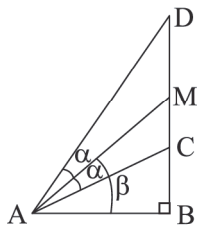
(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $-\frac{3}{4}$

۱۲- در شکل زیر $\frac{BD}{AD} = \frac{4BC}{AC}$ است. مقدار $\tan \alpha \cdot \cot \beta$ کدام است؟



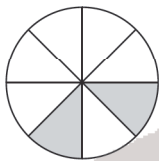
(۱) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{4}{5}$

(۴) $\frac{3}{5}$

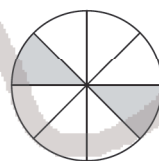
۱۳- انتهای کمان α در کدام قسمت از دایره مثلثاتی باشد تا $\tan \alpha - \cot \alpha$ مثبت و $\sin \alpha - \cos \alpha$ منفی باشد؟ (دایره‌ها به ۸ قسمت مساوی تقسیم شده‌اند.)



(۴)



(۳)

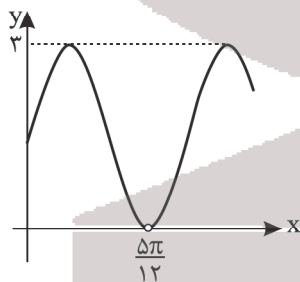


(۲)



(۱)

۱۴- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{a}{1 + \tan^2(bx - \frac{\pi}{3})}$ است. حاصل $f(\frac{7\pi}{3})$ کدام است؟ ($b > 0$)



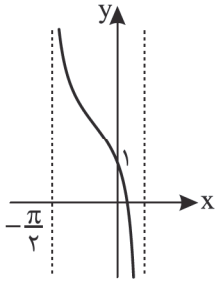
(۱) $1/25$

(۲) $0/75$

(۳) $1/5$

(۴) $0/5$

محل انجام محاسبه



۱۵- نمودار تابع $f(x) = a + \tan\left(\frac{b}{a}x - \frac{\pi}{4}\right)$ به صورت زیر است. حاصل $a - b$ کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۱

(۳) -۱

(۴) -۵

۱۶- کدام گزینه در فضای سه بعدی همواره درست است؟

(۱) هرگاه سه نقطه متمایز در هر دو صفحه P و Q باشند آنگاه P و Q در یک خط متقاطع اند.

(۲) از سه نقطه متمایز تنها یک صفحه عبور می کند.

(۳) اگر دو صفحه متمایز در یک نقطه مشترک باشند آنگاه در یک خط متقاطع اند.

(۴) هرگاه سه صفحه دوجه دو متقاطع باشند آنگاه فصل مشترک های آنها موازیند.

۱۷- مکعب زیر را در نظر بگیرید. چه تعداد از گزاره های زیر نادرست است؟

(الف) از خط های BN و DF تنها یک صفحه می گذرد.

(ب) صفحه گذرا از نقاط B و D و M مکعب را در یک مثلث متساوی الاضلاع برش می دهد.

(ج) مجموع زاویه های \widehat{FAD} و \widehat{CAF} برابر 90° است.

(د) قطر AF با شش یال مکعب متناظر است.

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۱۸- خط d صفحه P را در نقطه A قطع می کند. از خط d چند صفحه عمود بر P عبور می کند؟

(۱) یک یا هیچ (۲) هیچ یا بی شمار (۳) یک یا بی شمار (۴) فقط یک

۱۹- همه وجه های مکعب زیر رنگ شده است. نسبت تعداد مکعب های کوچک رنگ نشده به تعداد مکعب های کوچکی که فقط دو وجه آنها

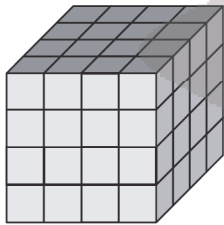
رنگ شده است، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{8}$

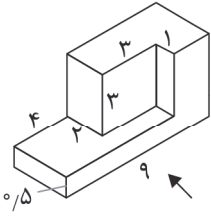
(۳) $\frac{1}{7}$

(۴) $\frac{1}{6}$



محل انجام محاسبه

۲۰- در شکل زیر نسبت مساحت نمای روبه‌رو به مساحت نمای چپ چقدر است؟



(۱) $\frac{13}{7}$

(۲) $\frac{78}{49}$

(۳) $\frac{19}{12}$

(۴) $\frac{68}{49}$

۲۱- دو کره با شعاع‌های ۱۲ و ۵ و طول خط‌المركزین ۱۳ را در نظر بگیرید. محیط مقطع حاصل از برخورد این دو کره کدام است؟

(۴) $\frac{12}{13}\pi$

(۳) 13π

(۲) 12π

(۱) $\frac{120}{13}\pi$

۲۲- استوانه قائمی به شعاع R و ارتفاع h را در نظر بگیرید. بر روی قاعده بالای آن و هم‌مرکز با آن، استوانه قائم دیگری با نصف طول شعاع و نصف طول ارتفاع استوانه اولیه قرار دارد. مساحت سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه P با استوانه‌ها به طوری که شامل محورهای هر دو استوانه باشد چه ضریبی از Rh است؟

(۴) ۶

(۳) $\frac{5}{2}$

(۲) ۳

(۱) $\frac{3}{2}$

۲۳- مکعبی را حول محوری که از وسط دو وجه روبه‌روی آن می‌گذرد، دوران می‌دهیم. حجم بین مکعب و شکل حاصل از دوران چه کسری از حجم مکعب است؟

(۴) $\frac{\pi}{2}$

(۳) $\frac{3-\pi}{3}$

(۲) $\frac{4-\pi}{4}$

(۱) $\frac{\pi-2}{2}$

۲۴- اندازه زاویه $x\hat{O}y$ برابر 60° است. نقطه M از O به فاصله $\sqrt{8}$ و از دو ضلع زاویه $x\hat{O}y$ به یک فاصله است. فاصله M از Oy برابر کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(۳) $\sqrt{6}$

(۲) ۲

(۱) $\sqrt{2}$

۲۵- مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع $2\sqrt{3}$ را در نظر بگیرید. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از ضلع BC به فاصله یک و از رأس A به فاصله ۲ باشند، یک مجموعه چندعضوی است؟

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

محل انجام محاسبه

۲۶- دو خط عمود بر هم d و l را در صفحه در نظر بگیرید. نقاط A و D روی d و نقاط B و C روی l متحرک‌اند. چند نقطه در صفحه وجود

دارد که از A و B به یک فاصله و از C و D به یک فاصله و از d و l به یک فاصله باشد؟

(۱) یک یا بی‌شمار (۲) هیچ یا بی‌شمار

(۳) هیچ یا یک یا بی‌شمار (۴) بی‌شمار

۲۷- پاره‌خط AB و خط d در یک صفحه مفروض‌اند. تعداد نقاطی در صفحه که از دو نقطه A و B به یک فاصله و از خط d به فاصله $\sqrt{2}$

باشد، کدام نمی‌تواند باشد؟

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بی‌شمار

۲۸- در مثلث ABC ($S_{\Delta ABC} = 6$ و $BC = 4$)، اگر G نقطه هم‌مرسی میانه‌های این مثلث و ضلع BC ثابت باشد آنگاه دایره به مرکز G و

شعاع 4 ، مکان هندسی رأس A را چند بار قطع می‌کند؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۹- می‌خواهیم علی و حسین را به همراه ۴ دانش‌آموز دیگر در ۴ مدرسه ثبت‌نام کنیم. به طوری که مدرسه علی و حسین متفاوت باشد.

این کار به چند روش انجام می‌شود؟

(۱) 2×4^6 (۲) $4^6 - 1$ (۳) 3×4^5 (۴) 5×4^6

۳۰- با استفاده از ارقام $0, 1, 2, 3, 4, 5$ و چند عدد 6 رقمی مضرب 5 و بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت که بزرگ‌تر از 200000 باشد؟

(۱) ۱۲۶ (۲) ۱۴۴ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۶۸

۳۱- در یک جمع ۱۰ نفره، ۳ زوج حضور دارند. به چند روش می‌توان ۵ نفر را انتخاب کرد به طوری که هیچ زن و شوهری با هم انتخاب نشوند؟

(۱) ۶۴ (۲) ۳۶ (۳) ۱۰۲ (۴) ۹۶

۳۲- اگر بدانیم $P(2n, 2) = 4 \binom{n}{2} + 162$ ، حاصل عبارت $\binom{n+1}{2}$ کدام است؟

(۱) ۵۵ (۲) ۴۵ (۳) ۳۶ (۴) ۶۵

۳۳- معادله سیاله خطی $11x + 15y = 1403$ در مجموعه اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۴- کدام گزینه جواب معادله هم‌نهشتی $133 \equiv 91 \pmod{105x}$ است؟

(۱) ۲۹ (۲) ۲۸ (۳) ۳۰ (۴) ۲۶

محل انجام محاسبه

۳۵- مجموع ارقام بزرگ‌ترین مقدار m که هر دو هم‌نهمشتی $n \equiv 7 \pmod{m}$ و $n^2 + 3n \equiv -1 \pmod{m}$ درست باشند، کدام است؟

- ۷ (۱) ۸ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴)

۳۶- کدام دو تاریخ (در یک سال) ممکن است در یک روز هفته باشند؟

- ۶ فروردین و ۲۹ تیر (۱)
۱۷ اردیبهشت و ۱ آبان (۲)
۸ مرداد و ۳۰ آبان (۳)
۳۱ شهریور و ۴ اسفند (۴)

۳۷- چند عدد ۵ رقمی به صورت $A = \overline{ab \circ ab}$ داریم که مضرب ۱۹ باشد؟

- ۳ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱)

۳۸- فرض کنید مجموع سه عدد $a52$ ، $7b3$ و $43c$ عضو $[62]_{10}$ باشد. مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد سه رقمی \overline{abc} کدام است؟

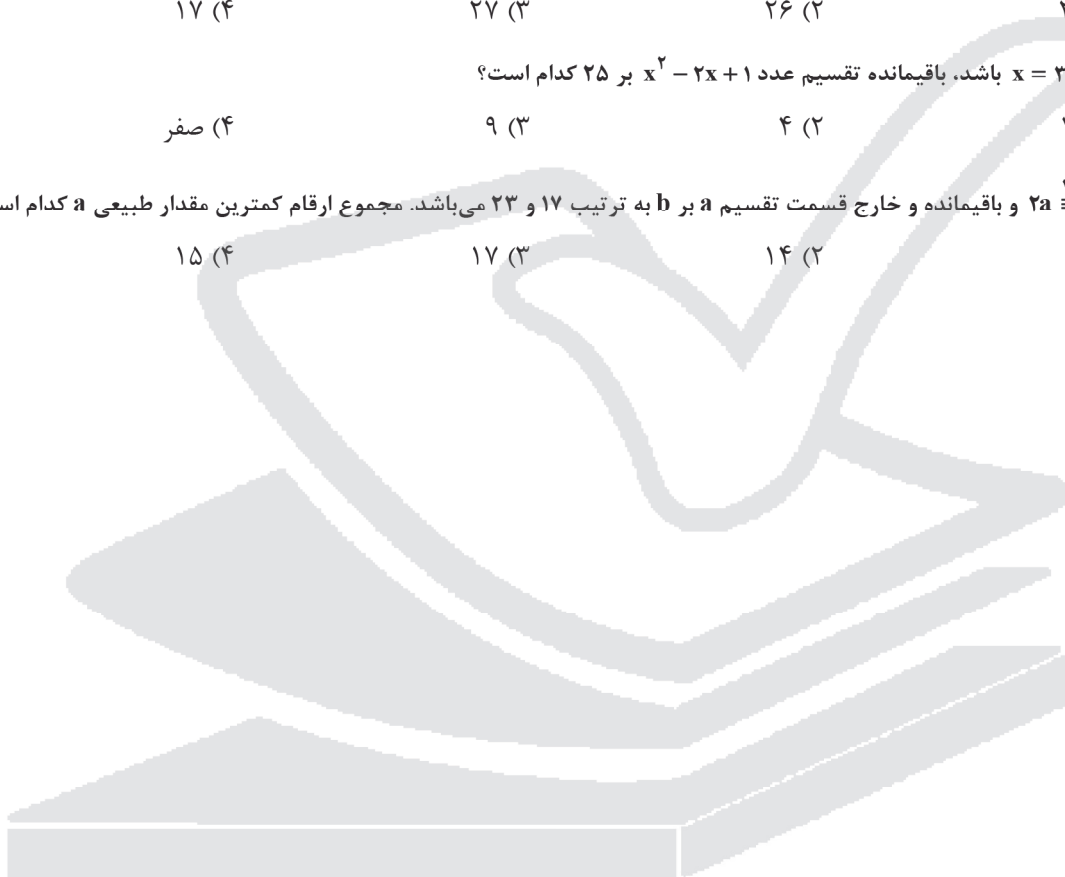
- ۲۵ (۱) ۲۶ (۲) ۲۷ (۳) ۱۷ (۴)

۳۹- اگر $x = 3^4$ باشد، باقیمانده تقسیم عدد $x^2 - 2x + 1$ بر ۲۵ کدام است؟

- ۱۴ (۱) ۴ (۲) ۹ (۳) صفر (۴)

۴۰- $2a \equiv 3b \pmod{11}$ و باقیمانده و خارج قسمت تقسیم a بر b به ترتیب ۱۷ و ۲۳ می‌باشد. مجموع ارقام کمترین مقدار طبیعی a کدام است؟

- ۱۵ (۴) ۱۷ (۳) ۱۴ (۲) ۴ (۱)





آزمون

۴



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



آزمون شماره ۴ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲

۱۴۰۲/۷/۲۱

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۰	۴۱	۷۰	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۵	۷۱	۹۵	۲۵ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	فصل ۳	—	فصل ۲ (تا ابتدای تکانه)
شیمی	فصل ۳ (از صفحه ۱۰۰ تا انتهای فصل)	—	فصل ۱ (از صفحه ۱۳ تا ۲۴)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



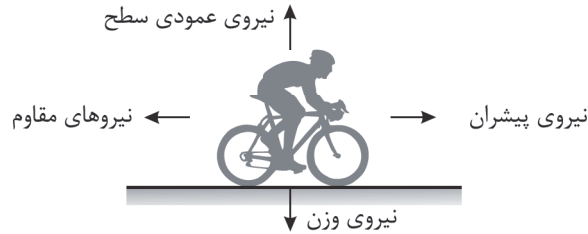
سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۴۱- به جسمی به جرم 5kg که روی سطحی افقی و بدون اصطکاک ساکن است، دو نیروی افقی $F_1 = 6\text{N}$ و $F_2 = 8\text{N}$ وارد می‌شود.

کدام یک از مقادیر زیر می‌تواند شتاب حرکت این جسم بر حسب $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد؟

- (۱) 0.3 (۲) $1/8$ (۳) $2/9$ (۴) $3/2$

۴۲- مطابق شکل شخصی سوار بر یک دوچرخه است و با تندی ثابت در یک مسیر افقی و هموار در یک جهت ثابت در حرکت می‌باشد.



چند مورد از موارد زیر در مورد نیروهای رسم شده درست است؟

(الف) نیروی پیشران بزرگ‌تر از نیروهای مقاوم است.

(ب) نیروی عمودی سطح واکنش نیروی وزن است.

(ج) نیروهای مقاوم واکنش نیروی پیشران هستند.

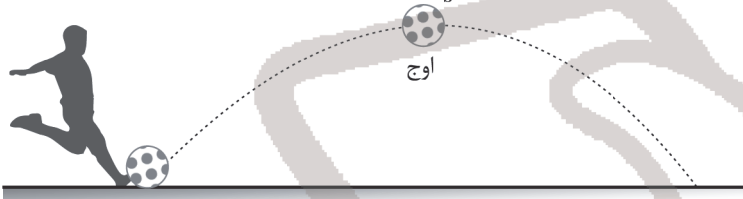
(د) واکنش نیروی وزن به کره زمین وارد می‌شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲

- (۳) ۳ (۴) ۴

۴۳- مدافع تیم ملی فوتبال مطابق شکل چنان ضربه‌ای به توپ می‌زند که شتاب توپ در بالاترین نقطه مسیر (نقطه اوج) $12/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌شود.

اگر جرم توپ 400 گرم باشد، نیروی مقاومت هوا در نقطه اوج چند نیوتن است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)



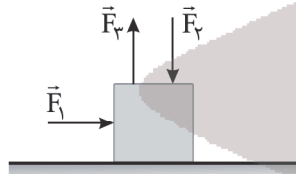
- (۱) $3\sqrt{2}$

- (۲) ۳

- (۳) ۴

- (۴) $7/5$

۴۴- در شکل زیر، ۳ نیروی \vec{F}_1 ، \vec{F}_2 و \vec{F}_3 به صورت افقی و F_2 و F_3 به صورت قائم بر جعبه‌ای که روی سطح افقی قرار دارد، وارد می‌شوند. برای افزایش بزرگی نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه کدام گزینه می‌تواند صحیح باشد؟



(۱) افزایش یکسان اندازه نیروهای F_2 و F_3

(۲) کاهش یکسان اندازه نیروهای F_2 و F_3

(۳) افزایش یکسان اندازه نیروهای F_1 و F_2

(۴) افزایش اندازه نیروی F_1

۴۵- شخصی درون آسانسوری ساکن، روی یک ترازوی فنری ایستاده است. در این حالت ترازو عدد 600N را نشان می‌دهد. در کدام یک از حالت‌های زیر، عدد ترازو مقداری بیشتر از 600N را نشان می‌دهد؟

(الف) آسانسور از حال سکون به طرف بالا شروع به حرکت کند.

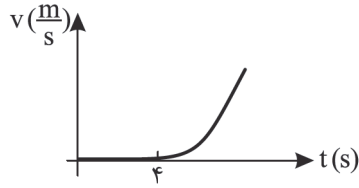
(ب) آسانسور از حال سکون به طرف پایین شروع به حرکت کند.

(ج) آسانسور در حالی که به طرف پایین حرکت می‌کند، تندی خود را کم کند.

(د) آسانسور در حالی که به طرف بالا حرکت می‌کند، تندی خود را زیاد کند.

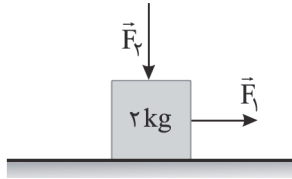
- (۱) الف، ج و د (۲) الف و ج (۳) ب، ج و د (۴) الف و د

۴۶- کارگری جعبه ساکنی به جرم 20 kg که روی سطح افقی قرار دارد را با نیرویی افقی معادل 10 N توسط یک طناب در لحظه $t = 0$ می کشد. اگر کارگر به تدریج نیرو را افزایش دهد به طوری که در هر ثانیه 10 N به نیرویش بیفزاید و نمودار سرعت - زمان حرکت جعبه به صورت زیر باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین جعبه و سطح چقدر است؟



- (۱) 0.25
 (۲) 0.5
 (۳) 0.3
 (۴) 0.4

۴۷- مطابق شکل، به جسم ساکن که روی سطح افقی قرار دارد، نیروی افقی $F_1 = 33\text{ N}$ و نیروی عمودی $F_2 = 10\text{ N}$ وارد می شود و جسم شروع به حرکت می کند و پس از 2 ثانیه از شروع حرکت مسافت 6 متر را طی می کند. ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح چند است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

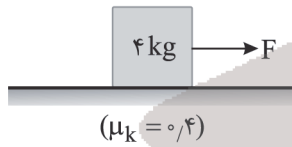


- (۱) 0.6
 (۲) 0.7
 (۳) 0.8
 (۴) 0.9

۴۸- اگر نیروی خالص وارد بر جسم 40 درصد کاهش یابد و جرم جسم 8 kg کم شود، شتاب حرکت جسم 20 درصد افزایش می یابد. جرم جسم قبل از کاهش نیرو چند کیلوگرم بوده است؟

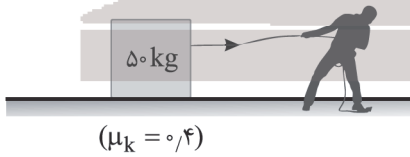
- (۱) 4 (۲) 8 (۳) 16 (۴) 32

۴۹- مطابق شکل، جسمی به جرم 4 kg با نیروی افقی $F = 20\text{ N}$ کشیده شده و جسم با شتاب ثابت در حال حرکت به سمت راست است. اندازه نیروی F را چند درصد کاهش دهیم تا بزرگی شتاب در حین حرکت جسم 3 برابر شود؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و $\mu_k = 0.4$ است.)



- (۱) 40
 (۲) 80
 (۳) 50
 (۴) 60

۵۰- مطابق شکل شخصی به وسیله طنابی بلند و افقی با نیروی $F = 400\text{ N}$ ، جعبه ای به جرم 50 kg را از حال سکون به حرکت درمی آورد و پس از 5 ثانیه طناب پاره می شود. مسافتی که جعبه از شروع حرکت تا توقف کامل طی می کند، چند متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح $\mu_k = 0.4$ است.)

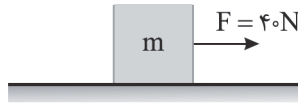


- (۱) 50
 (۲) 70
 (۳) 80
 (۴) 100

محل انجام محاسبه

۵۱- مطابق شکل به جسم 8 kg که روی سطح افقی قرار دارد، نیروی افقی $F = 40\text{ N}$ وارد می‌شود و جسم با شتاب $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ شروع به حرکت

می‌کند. ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح کدام است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



۰/۱ (۱)

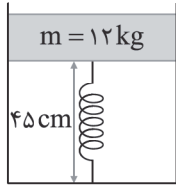
۰/۲ (۲)

۰/۳ (۳)

۰/۷ (۴)

۵۲- در شکل زیر، ضریب اصطکاک ایستایی بین وزنه و دیوارهای قائم $0/4$ و طول طبیعی فنر 70 cm است و از طرف هر دیوار، نیروی افقی

20 نیوتونی به وزنه وارد می‌شود و وزنه در آستانه حرکت به طرف بالاست. ثابت فنر چند $\frac{\text{N}}{\text{m}}$ است؟



۶۴۰ (۱)

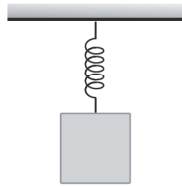
۶۲۰ (۲)

۳۲۰ (۳)

۳۰۰ (۴)

۵۳- در شکل زیر، وقتی وزنه 600 گرمی را به فنر آویزان می‌کنیم، در هنگام تعادل طول فنر 23 cm می‌شود و وقتی وزنه 800 گرمی را به

فنر آویزان می‌کنیم، در هنگام تعادل طول فنر $23/4\text{ cm}$ می‌شود. طول طبیعی این فنر سانتی‌متر و ثابت فنر در SI است.



$\frac{\text{N}}{\text{m}}$ است. $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$

۵ و $21/8$ (۱)

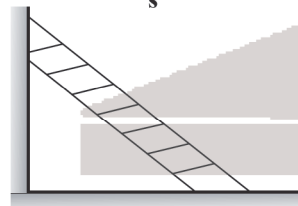
۵ و $22/2$ (۲)

500 و $21/8$ (۳)

500 و $22/2$ (۴)

۵۴- در شکل زیر، نردبانی به جرم 15 کیلوگرم به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده است. اگر اندازه نیرویی که دیوار قائم به نردبان

وارد می‌کند، 50 N و نردبان ساکن باشد، ضریب اصطکاک ایستایی سطح افقی با نردبان کدام مورد می‌تواند باشد؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



الف) ۱/۰

ب) ۲/۰

ج) $\frac{1}{3}$

د) $\frac{1}{4}$

۴) فقط ج و د

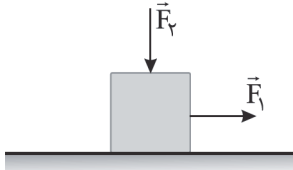
۳) فقط ج

۲) فقط ب

۱) فقط الف

محل انجام محاسبه

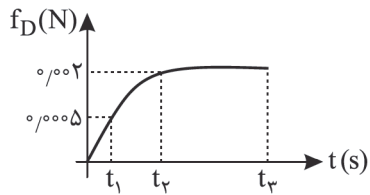
۵۵- در شکل زیر وزنه $۵/۵$ کیلوگرمی روی سطح افقی در ابتدا ساکن بوده و ضرایب اصطکاک بین وزنه و سطح افقی $\mu_s = \frac{۳}{۴}$ و $\mu_k = \frac{۳}{۵}$ است. اگر نیروی افقی $F_1 = ۵۰\text{ N}$ و قائم $F_2 = ۲۵\text{ N}$ مطابق شکل به وزنه وارد شوند، بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر وزنه در این حالت



چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) ۱۰
(۲) ۵۰
(۳) ۴۸
(۴) ۶۰

۵۶- شکل زیر نمودار نیروی مقاومت هوا بر حسب زمان را برای یک قطره باران که از ابری جدا شده نشان می‌دهد. در لحظه t_1 شتاب



حرکت قطره باران چند $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است؟ ($g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

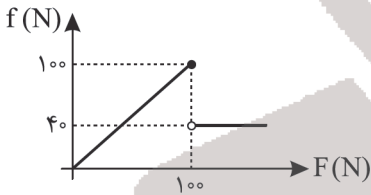
- (۱) ۲/۵
(۲) ۵
(۳) ۷/۵
(۴) ۱۰

۵۷- سطلی به جرم ۱۰ kg را به وسیله یک طناب با شتاب ثابت $۵ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به طرف بالا می‌کشیم. اگر نیروی کشش طناب را ۲۰% افزایش دهیم،

بزرگی شتاب حرکت سطل چند درصد افزایش می‌یابد؟ ($g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) ۹۰
(۲) ۸۰
(۳) ۶۰
(۴) ۳۰

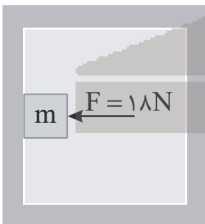
۵۸- جسمی به جرم ۲۰ کیلوگرم روی سطح افقی ساکن است و نیروی افقی F به آن وارد می‌شود. نمودار نیروی اصطکاک بر حسب نیروی F مطابق شکل است. اگر نیروی F در لحظه $t = ۰$ به میزان ۱۲۰ نیوتون به جسم ساکن وارد می‌شود. جسم پس از ۳ ثانیه چند متر مسافت طی کرده است؟



- (۱) صفر
(۲) ۱۸
(۳) ۹
(۴) ۳۶

۵۹- مطابق شکل کتابی به جرم ۲ کیلوگرم با نیروی افقی ۱۸ نیوتون به دیوار قائم آسانسوری که با شتاب $۲ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به صورت تندشونده بالا می‌رود

فشار داده شده و کتاب نسبت به آسانسور ساکن است. نیروی چند نیوتون از طرف دیوار آسانسور به کتاب وارد می‌شود؟ ($g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



- (۱) ۱۸
(۲) ۲۴
(۳) ۳۰
(۴) ۳۲

محل انجام محاسبه

۶۰- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح هستند؟

الف) وقتی نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند، جسم حتماً ساکن است.

ب) اگر اتوبوس ساکن باشد و ناگهان به جلو شروع به حرکت کند، مسافران داخل اتوبوس به جلو پرتاب می‌شوند.

ج) هرگاه بر جسمی نیرویی خالص وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتابی می‌گیرد که با جرم جسم رابطه مستقیم دارد.

د) نیروهای کنش و واکنش همواره از یک نوع‌اند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

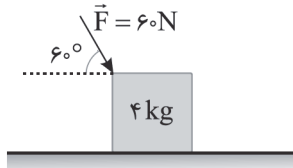
۶۱- خودرویی به جرم ۲۰۰۰ کیلوگرم با انرژی جنبشی ۴۰۰ کیلوژول در حال حرکت است. تندی خودرو چند کیلومتر بر ساعت تغییر کند تا

انرژی جنبشی آن ۹ برابر مقدار اولیه شود؟

۴۰ (۱) ۲۱۶ (۲) ۶۰ (۳) ۱۴۴ (۴)

۶۲- در شکل زیر، نیروی ثابت F یک جسم را روی سطح افقی از حال سکون به حرکت درمی‌آورد. اگر بزرگی نیروی اصطکاک در مقابل

حرکت جسم 10N باشد، پس از طی مسافت چند متر تندی جسم به $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌رسد؟



۱۰ (۱)

۵ (۲)

۷/۵ (۳)

۱۵ (۴)

۶۳- در شکل زیر هواپیمایی که در ارتفاع ۳۷۵ متر از سطح زمین و با تندی 50 m/s بر تانیه پرواز می‌کند، بسته‌ای را برای کمک به

آسیب‌دیدگان زلزله رها می‌کند. تندی بسته هنگام برخورد به زمین چند $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ است؟ (از تأثیر مقاومت هوا بر روی حرکت بسته



چشم‌پوشی کنید و $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۳۶۰ (۱)

۲۴۰ (۲)

۱۴۴ (۳)

۱۰۰ (۴)

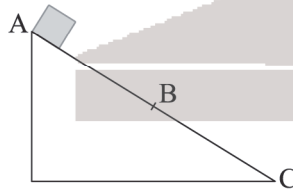
۶۴- متحرکی به جرم ۴۰ کیلوگرم مسافت ۱۰ متر را با سرعت $\vec{v}_1 = 10\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\vec{i}$ طی می‌کند و سپس تغییر جهت می‌دهد و ۲۰ متر را با سرعت

$\vec{v}_2 = -20\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)\vec{i}$ طی می‌کند. کل کار انجام شده روی این متحرک در این جابه‌جایی چند کیلوژول است؟

-۰/۶ (۱) ۰/۶ (۲) ۶ (۳) -۶ (۴)

۶۵- جسمی به جرم m از بالای یک سطح شیب‌دار بدون اصطکاک رها می‌شود و با تندی $2,8\frac{\text{m}}{\text{s}}$ از نقطه B عبور می‌کند، تندی جسم در

نقطه C چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌شود؟ ($AB = BC$, $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\sqrt{2} = 1,4$)



۳ (۱)

۴ (۲)

۴/۲ (۳)

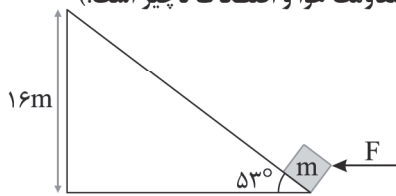
۴/۸ (۴)

محل انجام محاسبه

۶۶- پمپ یک چاه نفت در هر ثانیه ۲۰ لیتر نفت را از عمق ۱۵ متری سطح زمین به مخزنی در ارتفاع ۵ متری از سطح زمین می‌برد و با تندی $10 \frac{m}{s}$ به بیرون پرتاب می‌کند. اگر توان مصرفی متوسط پمپ ۵ کیلووات باشد، بازده پمپ چند درصد است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2}, \rho_{\text{نفت}} = 0.8 \frac{kg}{lit})$

- (۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴) ۸۰

۶۷- مطابق شکل، در پایین سطح شیبدار نیروی افقی $F = 50 N$ به وزنه $2 kg$ که در ابتدا ساکن است وارد می‌شود. انرژی جنبشی جسم وقتی به بالای سطح شیبدار می‌رسد چند ژول می‌شود؟ $(\cos 53^\circ = 0.6 \text{ و } g = 10 \frac{N}{kg} \text{ و مقاومت هوا و اصطکاک ناچیز است.})$



- (۱) ۴۸۰
(۲) ۲۸۰
(۳) ۹۲۰
(۴) ۱۱۲۰

۶۸- در مدتی که کار برابری نیروهای وارد بر جسمی به جرم $6 kg$ برابر $90 J$ است، تندی جسم، ۵۰ درصد کاهش می‌یابد. تندی اولیه جسم چند $\frac{m}{s}$ بوده است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۶۹- یک قایق موتوری به جرم $1200 kg$ با تندی ثابت $3 \frac{m}{s}$ در سطح مردابی که آب آن ساکن است، در حرکت است. اگر نیروهای مقاوم در برابر حرکت قایق $1500 N$ باشند، توان متوسط موتور قایق چند اسب بخار است؟ (هر اسب بخار معادل ۷۵۰ وات است.)

- (۱) ۳۰ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴) ۱۰۰

۷۰- در هوای آرام، یک برگ به جرم $20 g$ از ارتفاع ۱۲ متری سطح زمین از درخت جدا شده و با تندی $2 \frac{m}{s}$ به زمین می‌رسد. کار نیروی مقاومت هوا روی برگ چند ژول است؟

- (۱) $2/36$ (۲) $-2/36$ (۳) $2/44$ (۴) $-2/44$

۷۱- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) بیشترین مقدار از یک حل‌شونده را که در 100 گرم حلال و در دمای معین حل می‌شود انحلال‌پذیری آن ماده می‌نامند.
 (۲) در دمای 25°C انحلال‌پذیری سدیم نیترات از سدیم کلرید بیشتر و از انحلال‌پذیری شکر کمتر است.
 (۳) موادی مانند کلسیم فسفات، سدیم سولفات و نقره کلرید در آب نامحلول بوده و انحلال‌پذیری آنها کمتر از 1 گرم در 100 گرم آب می‌باشد.
 (۴) انحلال‌پذیری نمک‌ها به نوع آنها و دما بستگی دارد اما تأثیر دما بر میزان انحلال‌پذیری آنها یکسان نیست.

۷۲- کدام موارد از عبارتهای زیر درست‌اند؟

- (آ) اگر انحلال‌پذیری ماده‌ای در آب در دمای 25°C برابر 205 گرم در 100 گرم آب باشد در 400 گرم محلول سیرشده آن مقدار 820 گرم از این ماده وجود دارد.
 (ب) کلسیم سولفات یک ماده کم‌محلول در آب بوده و انحلال‌پذیری آن در دمای اتاق کمتر از 1 گرم و بیشتر از 1 گرم در 100 گرم آب می‌باشد.
 (پ) اغلب سنگ‌های کلیه از رسوب کردن برخی نمک‌های کلسیم‌دار در کلیه‌ها تشکیل می‌شوند و مقدار این نمک‌ها در ادرار افراد سالم از انحلال‌پذیری آنها کمتر است.
 (ت) سنگ کلیه افزون بر زمینه ژن‌شناختی می‌تواند به دلیل تغذیه نامناسب، کم‌تحریکی، مصرف بیش از حد نمک خوراکی، نوشیدن کم آب، مصرف پروتئین حیوانی و لبنیات و نیز اختلالات هورمونی ایجاد شود.
 (ث) انحلال‌پذیری NaNO_3 در دمای 25°C برابر 92 گرم در 100 گرم آب می‌باشد بنابراین با ریختن 190 گرم از این نمک در 200 گرم آب 25°C مقدار 284 گرم محلول سیرشده تشکیل می‌شود.

(۱) آ، ب و پ (۲) ب، پ و ت (۳) آ، ت و ث (۴) پ، ت و ث

۷۳- انحلال‌پذیری پتاسیم کلرید در دماهای 75°C و 45°C به ترتیب برابر 50 و 40 گرم در 100 گرم آب می‌باشد. هرگاه 1200 گرم محلول سیرشده پتاسیم کلرید را از دمای 75°C به 45°C سرد کنیم، چند گرم پتاسیم کلرید رسوب خواهد کرد؟

(۱) 240 (۲) 95 (۳) 80 (۴) 60

۷۴- درصد جرمی محلول سیرشده‌ای از یک نمک در دمای 45°C برابر 20 می‌باشد. انحلال‌پذیری این نمک در این دما کدام است؟

(۱) 20 (۲) 25 (۳) $33/33$ (۴) $22/5$

۷۵- انحلال‌پذیری نمک AB در دماهای 25°C و 60°C به ترتیب برابر 92 گرم و 120 گرم در 100 گرم آب می‌باشد. اگر نمودار انحلال‌پذیری - دما برای این نمک خطی باشد با تبخیر کامل آب 450 گرم محلول سیرشده این نمک در دمای 10°C چند گرم نمک AB در ته ظرف باقی خواهد ماند؟

(۱) 360 (۲) 180 (۳) 200 (۴) 120

۷۶- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

(آ) آب تنها ماده‌ای است که به هر سه حالت جامد، مایع و گاز در طبیعت یافت می‌شود.

(ب) برخی از ویژگی‌های گوناگون و شگفت‌انگیز آب، افزایش حجم هنگام انجماد و داشتن نقطه جوش بالا و غیرعادی می‌باشد.

(پ) میله شیشه‌ای از لحاظ بار الکتریکی خنثی است، اما بر اثر مالش به موی خشک دارای بار الکتریکی منفی خواهد شد.

(ت) نوع اتم‌های سازنده و ساختار خمیده مولکول آب نقش تعیین‌کننده‌ای در خواص آن دارد.

(ث) مولکول‌های سازنده موادی مانند گاز اکسیژن (O_2)، کربن دی‌اکسید (CO_2) در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

(۱) 5 (۲) 4 (۳) 3 (۴) 2

۷۷- همه عبارتهای زیر درست اند به جز

- (۱) در شرایط یکسان نقطه جوش Br_2 از نقطه جوش HCl بیشتر است.
- (۲) در مواد مولکولی با مولکولهای ناقصی با افزایش جرم مولی، دمای جوش افزایش می یابد.
- (۳) در شرایط یکسان مایع کردن گاز نیتروژن در مقایسه با گاز کربن مونوکسید آسان تر است.
- (۴) نیروهای بین مولکولی به طور عمده به میزان قطبی بودن مولکولها و جرم آنها وابسته است.

۷۸- کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

- (آ) به جز پیوندهای هیدروژنی، به سایر نیروهای جاذبه بین مولکولی، نیروهای وان دروالس می گویند.
- (ب) در شرایط یکسان نقطه جوش NH_3 از HF بیشتر و از H_2O کمتر است.
- (پ) در ساختار یخ هر اتم هیدروژن به دو اتم اکسیژن با پیوند اشتراکی و به دو اتم اکسیژن دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.
- (ت) در حالت مایع، با اینکه مولکولهای آب با یکدیگر پیوندهای هیدروژنی قوی دارند، اما روی هم می لغزند و جابه جا می شوند.
- (ث) تمام ترکیبهایی که در فرمول شیمیایی آنها عناصر H ، O ، N یا F وجود دارد می توانند پیوند هیدروژنی تشکیل دهند.
- (۱) آ، ب و پ (۲) ب و پ (۳) آ، ت و ث (۴) ب، پ و ث

۷۹- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) در ساختار یخ آرایش مولکولهای آب به گونه ای است که در آن، اتمهای اکسیژن در رأس حلقه های شش ضلعی قرار دارند و شبکه ای مانند کندوی زنبور عسل را به وجود می آورند.
 - (۲) آب فراوان ترین و رایج ترین حلال در طبیعت، صنعت و آزمایشگاه است زیرا می تواند بسیاری از ترکیبهای یونی و مواد مولکولی را در خود حل کند.
 - (۳) هوا و آب دریا از جمله محلولهایی هستند که از یک حلال و چند حل شونده تشکیل شده اند.
 - (۴) گشتاور دوقطبی تمام هیدروکربن ها ناچیز و در حدود صفر است.
- ۸۰- با توجه به جدول داده شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

کاربرد	$\mu(D)$	فرمول شیمیایی	نام حلال
حلال در تهیه مواد دارویی، آرایشی و بهداشتی	> 0	$\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$	A
حلال برخی چربیها، رنگها و لاکها	> 0	$\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$	B
حلال مواد ناقصی و رقیق کننده رنگ (تینر)	≈ 0	****	D

(آ) بین مولکولهای حلال A برخلاف حلال B امکان تشکیل پیوند هیدروژنی وجود دارد.

(ب) حلال D می تواند هگزان با فرمول C_6H_{14} باشد.

- (پ) هر دو حلال A و B به هر نسبتی در آب حل می شوند و نمی توان محلول سیر شده ای از آنها تهیه کرد.
- (ت) اگر حلال D هگزان باشد در آب نامحلول بوده و چگالی آن از چگالی آب بیشتر است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۱- کدام مقایسه نادرست است؟

(۱) پیوند هیدروژنی: آب - الکل < آب - آب

(۲) جاذبه آب با یونهای $\text{BaSO}_4 >$ پیوند هیدروژنی در H_2O + پیوند یونی در BaSO_4

(۳) قدرت جاذبه: یون - دوقطبی < پیوند هیدروژنی

(۴) جاذبه آب با یونهای $\text{MgSO}_4 >$ پیوند هیدروژنی در H_2O + پیوند یونی در MgSO_4

محل انجام محاسبه

۸۲- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) اغلب محلول‌های موجود در بدن انسان محلول‌های آبی هستند و عمده جرم بدن را آب تشکیل می‌دهد.
 (ب) انحلال اتانول در آب همانند انحلال شکر در آب یک انحلال مولکولی است.
 (پ) در انحلال ۱ مول آلومینیم نیترات در آب در مجموع ۴ مول یون آزاد می‌کند.
 (ت) برای AgCl ، نیروی جاذبه یون دوقطبی در محلول از میانگین نیروی پیوند یونی در AgCl و پیوندهای هیدروژنی در آب بیشتر است.
 (ث) گاز تولیدشده از واکنش قرص جوشان با آب یک گاز گلخانه‌ای می‌باشد.

(۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۸۳- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) وجود یون پتاسیم برای تنظیم و عملکرد مناسب دستگاه عصبی بسیار ضروری است. به طوری که انتقال پیام‌های عصبی در نبود این یون، امکان‌پذیر نیست.
 (۲) در روش تقطیر برخلاف روش‌های اسمز معکوس و صافی کربن، ترکیب‌های آلی فرار از آب جدا نمی‌شوند.
 (۳) ادامه زندگی اغلب ماهی‌ها هنگامی امکان‌پذیر است که غلظت اکسیژن محلول در آب بیشتر از ۵ ppm باشد.
 (۴) نیاز روزانه بدن هر فرد بالغ به یون سدیم (Na^+) دو برابر یون پتاسیم (K^+) است.

۸۴- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) عملکرد بدن ما به مواد اسیدی و بازی موجود در آن وابسته است و اسیدهای خوراکی مزه ترش دارند.
 (ب) اسیدها با تمام فلزها واکنش می‌دهند و در تماس با پوست سوزش ایجاد می‌کنند.
 (پ) پیش از آنکه ساختار اسیدها و بازها شناخته شود، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها با برخی واکنش‌های آنها نیز آشنا بودند.
 (ت) یافته‌های تجربی آرنیوس نشان داد که محلول اسیدها و بازها رسانای برق هستند هر چند میزان رسانایی آنها با یکدیگر یکسان نیست.
 (ث) برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک به آن آهک (CaCO_3) می‌افزایند.
 (۱) آ، ب و پ (۲) ب، ت و ث (۳) آ، پ و ت (۴) آ، ت و ث

۸۵- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) اغلب داروها ترکیب‌هایی با خاصیت اسیدی یا بازی هستند.
 (ب) مواد و ترکیب‌هایی که با حل شدن در آب غلظت یون هیدرونیوم را افزایش می‌دهند اسید آرنیوس هستند.
 (پ) اکسید عنصرهای A و D در واکنش با آب به ترتیب باز و اسید تولید می‌کنند.
 (ت) با اینکه می‌توان اسید و باز را بر اساس مدل آرنیوس تشخیص داد اما نمی‌توان درباره میزان اسیدی یا بازی بودن یک محلول اظهار نظر کرد.
 (ث) خوراکی‌ها، شوینده‌ها، داروها، مواد آرایشی و بهداشتی شامل مقادیر متفاوتی از یون‌ها به ویژه یون هیدرونیوم هستند.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۲

۸۶- کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

- (آ) یکی از روش‌هایی که برای تعیین غلظت یون هیدرونیوم می‌توان به کار برد، سنجش رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی است.
 (ب) واحد سازنده سدیم کلرید یون‌های Na^+ و Cl^- است و با قرار گرفتن آن در مدار الکتریکی، جریان برق در مدار برقرار می‌شود.
 (پ) در زندگی روزانه با انواع اسیدها سروکار داریم که برخی ضعیف و اغلب آنها قوی هستند.
 (ت) در محلول اسیدهای ضعیف افزون بر اندک یون‌های آب پوشیده، مولکول‌های اسید نیز یافت می‌شوند.

(۱) آ و ب (۲) ب و پ (۳) آ و ت (۴) پ و ت

محل انجام محاسبه

۸۷- همه عبارتهای زیر نادرست اند به جز

- (۱) به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یونهای مثبت و منفی سازندهاش تبدیل می شود یونش می گویند.
- (۲) به اسیدی که هر مول از آن در آب تولید یک مول یون هیدرونیوم می نماید اسید تک پروتون دار می گویند.
- (۳) برای هر واکنش یک ثابت تعادل وجود دارد که ویژه همان واکنش بوده و فقط تابع دما است.
- (۴) از اسیدهایی CH_3COOH و HI ، HCN ، HF در دمای 25°C ، دو اسید از آنها ثابت یونش کمتری از نیترواسید (HNO_3) دارند.

۸۸- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در فلزها و گرافیت رسانایی الکتریکی به وسیله الکترونها انجام شده و به آنها رسانای الکترونی می گویند.
- (۲) در فرایند تولید مواد گوناگون، اغلب تعیین و کنترل غلظت یون هیدرونیوم نقش مهمی دارد.
- (۳) ثابت یونش هیدروفلوئوریک اسید با تغییر دما و تغییر غلظت آغازی آن تغییر می کند.
- (۴) ثابت یونش یک اسید، نسبت حاصل ضرب غلظت تعادلی یونهای موجود در محلول را به غلظت تعادلی آن اسید نشان می دهد.

۸۹- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) حضور همزمان یونها و مولکولهای یونیده نشده با غلظت ثابت در محلول اسیدهایی ضعیف بیانگر برقراری تعادل است.
- (۲) در واکنشهای برگشت پذیر سرانجام لحظه ای فرامی رسد که غلظت واکنش دهندهها و فراوردهها با هم برابر می شود.
- (۳) در سامانههای تعادلی واکنشهای رفت و برگشت به طور پیوسته و با سرعت برابر انجام می شوند.
- (۴) اسیدهایی قوی هستند که می توان یونش آنها را در آب کامل در نظر گرفت ($\alpha \approx 1$).

۹۰- در محلول ۰/۱ مولار اسید ضعیف HA در دمای 25°C از هر ۵۰۰ مولکول HA تنها ۱۸ مولکول آن یونیده شده است. درصد یونش HA در این دما کدام است؟

- (۱) ۸/۰ (۲) ۳/۶ (۳) ۱/۸ (۴) ۳۶/۰

۹۱- دو قطعه یکسان از فلز منیزیم را در دمای 25°C در دو ظرف جداگانه که یکی از آنها محتوی نیم لیتر محلول ۰/۱ مولار هیدروکلریک اسید و دیگری محتوی ۵۰۰ میلی لیتر محلول ۰/۱ مولار استیک اسید است انداخته ایم. با توجه به آن همه عبارتهای زیر درست اند به جز

- (۱) با افزایش دمای محلول استیک اسید غلظت یونهای محلول افزایش و سرعت واکنش نیز افزایش می یابد.
- (۲) حجم گاز هیدروژن تولیدشده در شرایط STP، در پایان واکنش برای هر دو ظرف یکسان است. (فلز منیزیم به مقدار کافی در ظرف واکنش وجود دارد).

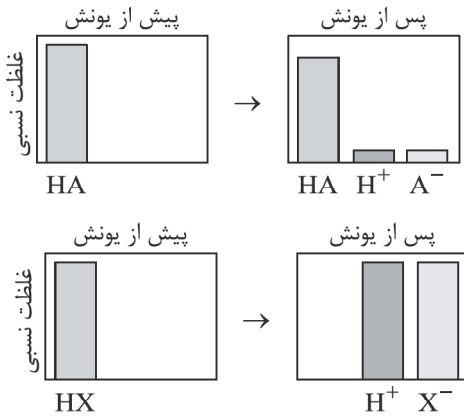
(۳) سرعت مصرف یونهای هیدرونیوم در ظرف محتوی هیدروکلریک اسید بیشتر است.

(۴) اگر ثابت یونش فورمیک اسید 10° برابر ثابت یونش استیک اسید باشد، با جایگزینی استیک اسید با فورمیک اسید سرعت واکنش 10° برابر افزایش می یابد.

محل انجام محاسبه

۹۲- با توجه به شکل داده شده چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- (آ) در شرایط یکسان نسبت درجه یونش HX به HA از نسبت درجه یونش HX به درجه یونش نیتریک اسید بزرگ تر است.
 (ب) اسید HX می تواند یک اسید قوی مانند هیدروبرمیک اسید یا سولفوریک اسید باشد.
 (پ) اگر درجه یونش اسید HB برابر ۰/۴ باشد، در شرایط یکسان شمار یون ها در محلول آبی آن در مقایسه با HA بیشتر است.
 (ت) تفاوت درصد یونش اسید HA و HX از ۶۰ بیشتر است.



- ۱ (۱)
 ۲ (۲)
 ۳ (۳)
 ۴ (۴)

۹۳- مقدار ۵/۴ گرم اسید ضعیف HA را در آب حل کرده و حجم محلول حاصل را به ۴۰۰ میلی لیتر رسانده ایم. اگر شمار مول های یون A⁻ در محلول این اسید در دمای ۲۵°C برابر ۱/۶ × ۱۰^{-۵} مول باشد، ثابت یونش اسید HA در این دما به تقریب کدام است؟ (جرم مولی HA برابر ۲۷ گرم در نظر گرفته شود.)

- ۱) ۱/۳ × ۱۰^{-۹} (۱) ۲) ۳/۲ × ۱۰^{-۹} (۲) ۳) ۸ × ۱۰^{-۱۱} (۳) ۴) ۳/۲ × ۱۰^{-۱۱} (۴)

۹۴- غلظت یون هیدرونیوم در دمای ۲۵°C در محلول a مولار اسید HA و b مولار اسید HB به ترتیب ۱۰^{-۳} و ۱۰^{-۵} مول بر لیتر می باشد. اگر درجه یونش HA و HB به ترتیب ۱۰^{-۴} و ۱۰^{-۴} باشد، نسبت b به a کدام است؟

- ۱) ۱۰^۴ (۱) ۲) ۱۰^{۲/۷} (۲) ۳) ۱۰^{-۴} (۳) ۴) ۱۰^{-۲/۷} (۴)

۹۵- با توجه به جدول زیر چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

معادله یونش برخی اسیدها در دمای اتاق		
نام اسید	فرمول شیمیایی	معادله یونش در آب
نیتریک اسید	HNO _۳	HNO _۳ (aq) → H ⁺ (aq) + NO _۳ ⁻ (aq)
فورمیک اسید	HCOOH	HCOOH(aq) ⇌ H ⁺ (aq) + HCOO ⁻ (aq)
هیدروکلریک اسید	HCl	HCl(aq) → H ⁺ (aq) + Cl ⁻ (aq)
سولفوریک اسید	H _۲ SO _۴	H _۲ SO _۴ (aq) → H ⁺ (aq) + HSO _۴ ⁻ (aq)

- (آ) دو مورد از این ۴ اسید در باران اسیدی یافت می شوند.
 (ب) قدرت اسیدی فورمیک اسید از قدرت اسیدی استیک اسید، بیشتر است.
 (پ) ۵۰ درصد این اسیدها، اسید قوی تک پروتون دار محسوب می شوند.
 (ت) نسبت ثابت یونش هیدروکلریک اسید به ثابت یونش هیدروسیانیک اسید بزرگ تر از نسبت K_a آن به K_a فورمیک اسید می باشد.

- ۱) ۲ (۱) ۲) ۴ (۲) ۳) ۱ (۳) ۴) ۳ (۴)



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۴
۲۱ مهر ۱۴۰۲



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان		
۲	هندسه	مهربار راشدی	علیرضا شیرازی - حسن محمدبیگی	مهدیار شریف - داریوش امیری
۳	گسسته	رضا توکلی	رضا توکلی - مصطفی دیداری	مهدیار شریف - نیکا موسوی
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	محمد مهدی شریفی - علیرضا مهرداد	محمد رضا خادمی - مهدیار شریف
۵	شیمی	مسعود جعفری	امیر حاتمیان - محمد عظیمیان زواره	محمد مهدی صوفیان - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)
 زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - کبری سلیمانی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

گزینه ۱ صحیح است.

$$|\sin(\frac{\sqrt{3}}{2}\pi - \alpha)| = |-\cos \alpha| = -\cos \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$\cos(\alpha - \frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{\pi}{4} + \alpha) = \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

گزینه ۱ صحیح است.

$$P = \frac{\sin^2 75^\circ - \cos^2 75^\circ}{\sin^2 75^\circ \cos^2 75^\circ} = \frac{-\cos(2 \times 75^\circ)}{\frac{1}{4} \sin^2(2 \times 75^\circ)} = \frac{-4 \times (-\frac{\sqrt{3}}{2})}{(\frac{1}{4})^2} = 8\sqrt{3}$$

گزینه ۲ صحیح است.

$$S = \frac{1}{2} ABAC \cdot \sin \alpha$$

$$24 = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \cdot \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5}$$

گزینه ۲ صحیح است.

مثلث MNO هم در رأس O، متساوی الساقین است و هم در رأس M. پس این مثلث متساوی الاضلاع است.

$$S_1 = \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{3}}{\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}} - 1 = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}} - 1$$

گزینه ۳ صحیح است.

$$\frac{\sin 2\theta}{\cos^2 \theta} = \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{2 \sin \theta}{\cos \theta} = 2 \tan \theta (1 + \tan^2 \theta)$$

$$= 2(-\frac{2}{3})(1 + \frac{4}{9}) = -\frac{52}{27}$$

گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا صورت کسر را محاسبه می کنیم.

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha} = \frac{2}{\sin \frac{\pi}{4}} = 2\sqrt{2}$$

$$2 \text{ به توان } \alpha: \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha + 2 = 8$$

$$\Rightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 6$$

$$2 \text{ به توان } \alpha: \tan^4 \alpha + \cot^4 \alpha + 2 = 36$$

$$\Rightarrow \tan^4 \alpha + \cot^4 \alpha = 34$$

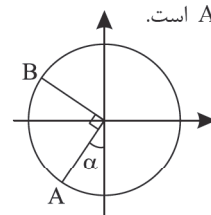
حال مخرج کسر را محاسبه می کنیم.

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\pi}{4}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} (\frac{1}{2}) = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow P = \frac{34}{\frac{3}{4}} = \frac{136}{3} = \frac{135+1}{3} = 45 + \frac{1}{3}$$

گزینه ۲ صحیح است.

شعاع دایره برابر واحد است. پس $A(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ است.

$$x_B = y_A = -\frac{4}{5}$$

گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{-\cot x - 2 \tan x}{\cot x + 2 \tan x} = -\frac{9}{13}$$

$$13 \cot x + 26 \tan x = 9 \cot x + 27 \tan x$$

$$\Rightarrow \tan x = 4 \cot x \Rightarrow \tan^2 x = 4 \Rightarrow \tan x = \pm 2 \Rightarrow \tan x = 2$$

$$\tan x + \cot x = 2.5$$

گزینه ۲ صحیح است.

$$f(\circ) = \circ \Rightarrow a + 2b = \circ$$

$$T = \pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

حالت اول: $b < \circ$

$$\begin{cases} a + 2b = \circ \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 2b - a = -2$$

حالت دوم: $b > \circ$

$$\begin{cases} a + 2b = \circ \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a = -1 \Rightarrow f(x) = -1 + 2 \cos(2x + \frac{\pi}{3})$$

شکل تابع با این ضابطه تناقض دارد.

گزینه ۳ صحیح است.

$$T = \frac{2\pi}{|\frac{\pi}{b}|} = 2|b|$$

$$\begin{cases} \max = 2a - 1 + |a| = 4|b| \\ \min = 2a - 1 - |a| = |b| \end{cases}$$

a نمی تواند منفی باشد چون در معادله دوم به تناقض $|b| = 2a - 1$ می رسیم. پس $a > \circ$ است.

$$\begin{cases} 2a - 1 = 4|b| \\ a - 1 = |b| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ |b| = 2 \end{cases} \Rightarrow a + |b| = 5$$

گزینه ۲ صحیح است.

$$x = \circ \Rightarrow y_A = a \Rightarrow b < \circ$$

$$T = \frac{\pi}{|\frac{2\pi}{a}|} = \frac{a}{2}$$

$$m = \frac{-y}{x} = \frac{-(a-1)}{\frac{2}{a}} = \frac{a^2 - a}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 4a - 2 = \circ \xrightarrow{a > \circ} a = \frac{3}{2}$$

$$\min = a + b = 1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{BD}{AD} = 4 \times \frac{BC}{AC} \Rightarrow \sin(\alpha + \beta) = 4 \sin(\beta - \alpha)$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = 4(\sin \beta \cos \alpha - \cos \beta \sin \alpha)$$

$$\Rightarrow 5 \sin \alpha \cos \beta = 3 \sin \beta \cos \alpha \Rightarrow \frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \sin \beta} = \frac{3}{5}$$

$$\tan \alpha \cot \beta = \frac{3}{5}$$

گزینه ۴ صحیح است.

$$\tan \alpha - \cot \alpha = -2 \cot 2\alpha$$

تابع $\tan \alpha - \cot \alpha$ در بازه هایی به طول $\frac{\pi}{2}$ اکیداً صعودی است پس در نواحی رنگ شده مثبت است.

گزاره (ج) نادرست است زیرا مثلث ACF به همان دلیلی که برای مثلث BDM گفته شد متساوی الاضلاع است پس $\hat{CAF} = 60^\circ$ است. در ضمن زاویه \hat{FAD} برابر 45° است زیرا AF قطر وجه ADFM است و قطر وجه مکعب، نیمساز است. بنابراین مجموع این دو زاویه 105° می شود نه 90° .

گزاره (د) درست است زیرا قطر AF با یال های BC و CE و NE و BN و MN و DC متناظر است.

(هندسه دهم، صفحه ۷۹)

۱۸. گزینه ۳ صحیح است.

اگر خط d بر صفحه P عمود باشد آنگاه از d بی شمار صفحه عمود بر P می گذرد و اگر خط d بر صفحه P عمود نباشد از خط d فقط یک صفحه عمود بر P عبور می کند. بنابراین از d یک یا بی شمار صفحه عمود بر P می گذرد.

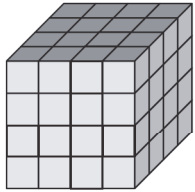
(هندسه دهم، صفحه ۸۳)

۱۹. گزینه ۱ صحیح است.

در دو وجه جلو و پشت هر کدام ۸ مکعب است که دو وجه آنها فقط رنگ شده است و در دو وجه راست و چپ دیگر فقط ۴ مکعب است که دو وجه آنها فقط رنگ شده است.

$8 + 8 + 4 + 4 = 24$

و تعداد کل مکعب های رنگ نشده هم ۸ تا می باشد.



پس:

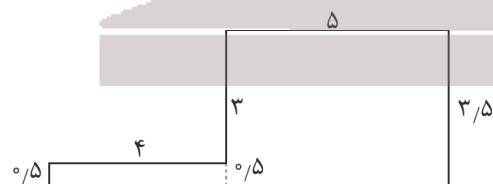
$$\frac{\text{تعداد مکعب های رنگ نشده}}{\text{تعداد مکعب ها با دو وجه رنگ شده}} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

(هندسه دهم، صفحه ۹۰)

۲۰. گزینه ۱ صحیح است.

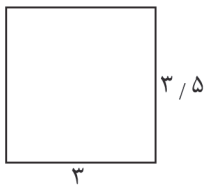
نمای روبه رو و نمای چپ را رسم می کنیم و سپس مساحت های آن را به دست می آوریم.

نمای روبه رو:



$$S_{\text{روبه رو}} = 4 \times 0.5 + 5 \times 3.5 = 2 + 17.5 = 19.5$$

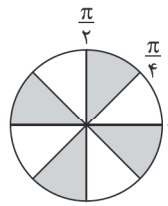
نمای چپ:



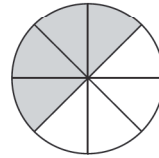
$$S_{\text{چپ}} = 3 \times 3.5 = 10.5$$

$$\frac{S_{\text{روبه رو}}}{S_{\text{چپ}}} = \frac{19.5}{10.5} = \frac{195}{105} = \frac{13}{7}$$

(هندسه دهم، صفحه ۹۰)



به طور مشابه، $\sin \alpha - \cos \alpha$ در نواحی رنگ شده زیر مثبت است. پس در نواحی بی رنگ، منفی است.



بنابراین $\frac{\sqrt{2}}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$ جواب است.

۱۴. گزینه ۲ صحیح است.

در نقطه $x = \frac{5\pi}{12}$ تابع f تعریف نشده است. پس:

$$bx - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b \times \frac{5\pi}{12} = \frac{\Delta\pi}{6} \Rightarrow b = 2$$

از طرفی با توجه به max تابع داریم:

$$f(x) = a \cos^2\left(bx - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \max = 3 = a$$

$$\Rightarrow f(x) = 3 \cos^2\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow f\left(\frac{\sqrt{2}\pi}{3}\right) = 3 \cos^2\left(\frac{14\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

۱۵. گزینه ۱ صحیح است.

$$f(e) = 1 \Rightarrow a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$$

چون f اکیداً نزولی است پس $b < 0$ است.

$$f(x) = 2 - \tan\left(-\frac{b}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$x = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{b}{2}x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{b}{2}\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{3\pi}{4} \Rightarrow b = -3 \Rightarrow a - b = 5$$

هندسه

۱۶. گزینه ۳ صحیح است.

گزینه ۱ نادرست است زیرا می تواند دو صفحه بر هم منطبق شوند.

گزینه ۲ نادرست است زیرا اگر سه نقطه روی یک خط باشند از آنها بی شمار صفحه می گذرد.

گزینه ۴ نادرست است زیرا فصل مشترک های سه صفحه دو به دو متقاطع می توانند در یک نقطه هم رس باشند.

(هندسه دهم، صفحه ۷۹)

۱۷. گزینه ۴ صحیح است.

گزاره (الف) درست است زیرا دو خط BN و DF موازیند پس از آنها تنها یک صفحه می گذرد.

گزاره (ب) درست است زیرا صفحه گذرا از نقاط B و D و M مکعب را در مثلث BDM برش می دهد و هر سه ضلع این مثلث، قطر وجه مکعب است و طول آن مساوی $\sqrt{2}$ برابر طول ضلع مکعب است. پس BDM مثلث متساوی الاضلاع است.



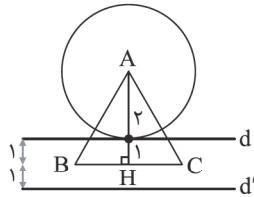
بنابراین:

$$\triangle OM'H' : \hat{O} = 30^\circ \Rightarrow MH' = \frac{1}{2}OM = \frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۷)

۲۵. گزینه ۲ صحیح است.

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از رأس A به فاصله ۲ هستند دایره به مرکز A و شعاع ۲ است. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از BC به فاصله ۲ است دو خط موازی BC در طرفین آن است. (در شکل دو خط d و d'.)



ارتفاع AH در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC برابر

$$\frac{\sqrt{3}}{2}AB = \frac{\sqrt{3}}{2}(2\sqrt{3}) = 3 \text{ است.}$$

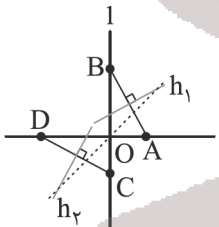
با توجه به اینکه $AH = 3$ است، نتیجه می‌گیریم خط d بر دایره به مرکز A مماس است. پس مکان هندسی مورد نظر یک مجموعه یک عضوی است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۷)

۲۶. گزینه ۳ صحیح است.

۱- مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه به یک فاصله باشند، خط عمودمنصف پاره‌خط است.

۲- مکان هندسی نقاطی که از دو خط متقاطع به یک فاصله باشد؛ دو نیمساز زاویه بین آنها که بر هم عمودند، می‌باشد.



h_1 و h_2 به ترتیب عمودمنصف‌های پاره‌خط‌های AB و CD می‌باشند. طبق شکل رسم شده نقطه‌ای با این ویژگی وجود ندارد. اما اگر عمودمنصف‌ها بر نیمساز زاویه منطبق شود بی‌شمار نقطه وجود دارد.

و این زمانی رخ می‌دهد که دو مثلث AOB و COD دو مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین هم‌نهشت باشند.

در شکل اگر دو مثلث AOB و COD هم‌نهشت باشند، عمودمنصف‌ها همدیگر را روی نیمساز قطع می‌کنند و پاسخ یک نقطه است. پس گزینه ۳ درست است.

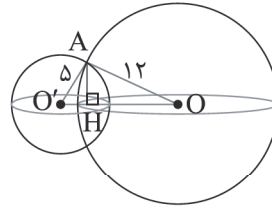
(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۲۷. گزینه ۲ صحیح است.

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو نقطه A و B به یک فاصله‌اند عمودمنصف پاره‌خط AB است و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله $\sqrt{2}$ هستند دو خط موازی با d در طرفین آن است. با توجه به شکل‌های زیر مسئله می‌تواند دو جواب یا بی‌شمار جواب داشته باشد و یا جواب نداشته باشد. پس نمی‌تواند یک جواب داشته باشد.

۲۱. گزینه ۱ صحیح است.

سطح مقطع برخورد دو کره یک دایره است. در شکل زیر ارتفاع AH در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle OAO'$ ($12^2 + 5^2 = 13^2$)، شعاع این دایره است.



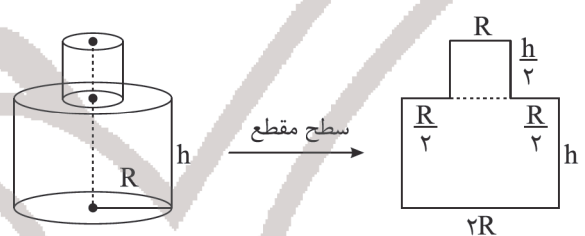
بنابراین:

$$\triangle OAO' : OA \times O'A = AH \times OO' \Rightarrow 12 \times 5 = AH \times 13 \Rightarrow AH = \frac{60}{13}$$

$$\text{محیط دایره} = 2\pi R = 2\pi \left(\frac{60}{13}\right) = \frac{120}{13}\pi$$

(هندسه دهم، صفحه ۹۴)

۲۲. گزینه ۳ صحیح است.



$$S_{\text{مقطع}} = R \times \frac{h}{2} + 2Rh = \frac{\Delta Rh}{2} = \frac{\Delta}{2} Rh$$

(هندسه دهم، صفحه ۹۳)

۲۳. گزینه ۱ صحیح است.

شکل دوران یافته مکعب حول محور گفته شده استوانه است. اگر طول ضلع مکعب a باشد، طول قطر قاعده استوانه برابر است با:

$$2R = a\sqrt{2}$$

$$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}, h = a$$

عمود دوران

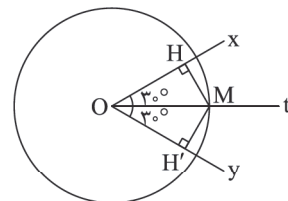
$$V_{\text{باقی مانده}} = \pi R^2 h - a^3 = \pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \times a - a^3 = \frac{\pi}{2} a^3 - a^3 = \frac{\pi - 2}{2} a^3$$

$$\frac{V_{\text{باقی مانده}}}{V_{\text{مکعب}}} = \frac{\frac{\pi - 2}{2} a^3}{a^3} = \frac{\pi - 2}{2}$$

(هندسه دهم، صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

نقطه M از O به فاصله $\sqrt{8}$ است. پس مکان هندسی M یک دایره به مرکز O و شعاع $\sqrt{8}$ است. از طرف دیگر M از دو ضلع زاویه \hat{xOy} به یک فاصله است. پس مکان هندسی M نیمساز زاویه \hat{xOy} است. نقطه تلاقی این دو مکان هندسی نقطه M است. مسلماً دو عمود MH و MH' مساویند.





۳۰. گزینه ۴ صحیح است.

عددی مضرب ۵ است که رقم یکان آن ۵ یا ۰ باشد.

$$(1) \frac{4}{\{2, 3, 4, 5\}} \times \frac{4}{\{2, 3, 4, 5\}} \times \frac{4}{\{2, 3, 4, 5\}} \times \frac{4}{\{2, 3, 4, 5\}} \times \frac{4}{\{2, 3, 4, 5\}} = 96$$

$$(2) \frac{3}{\{2, 3, 4\}} \times \frac{4}{\{2, 3, 4, 5\}} \times \frac{4}{\{2, 3, 4, 5\}} \times \frac{4}{\{2, 3, 4, 5\}} \times \frac{4}{\{2, 3, 4, 5\}} = 72$$

طبق اصل جمع $96 + 72 = 168$ عدد می توان ساخت.

(ریاضی دهم، صفحه های ۱۲۲ و ۱۲۳)

۳۱. گزینه ۳ صحیح است.

در بین ۵ نفر انتخاب شده روی تعداد نفراتی که زوج نمی باشند، بحث می کنیم. دقت کنید ۴ نفر زوج نمی باشند و ۶ نفر زن و شوهر می باشند.

$$6 = \binom{6}{4} \binom{6}{1} = 6$$

$$48 = \binom{4}{3} \binom{3}{2} \times 2 \times 2 = 48$$

از هر زوج زن بماند یا مرد
انتخاب ۲ زوج

$$48 = \binom{4}{2} \binom{3}{2} \times 2 \times 2 \times 2 = 48$$

از هر زوج زن بماند یا مرد
انتخاب ۳ زوج

پس جواب $102 = 48 + 48 + 6$ می باشد.

(ریاضی دهم، صفحه های ۱۳۳ و ۱۳۹)

۳۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{می دانیم } P(n, 2) = \frac{(2n)!}{(2n-2)!} \text{ و } \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\Rightarrow 4 \times \frac{n(n-1)}{2} + 162 = \frac{(2n)!}{(2n-2)!} = 2n(2n-1)$$

$$\Rightarrow 2n^2 - 2n + 162 = 4n^2 - 2n \Rightarrow 2n^2 = 162 \Rightarrow n^2 = 81 \Rightarrow n = 9$$

$$\binom{n+1}{2} = \binom{10}{2} = 45$$

(ریاضی دهم، صفحه های ۱۳۳ و ۱۳۴)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$11x + 15y = 1403 \Rightarrow 15y \equiv 1403 \equiv 6 - 15 \equiv 4 \pmod{11} \Rightarrow 4y \equiv 6 \pmod{11}$$

$$\xrightarrow{\div 2} 2y \equiv 3 \equiv 14 \pmod{11} \Rightarrow y \equiv 7 \pmod{11} \Rightarrow y = 7 + 11t$$

$$11x + 15y = 1403 \Rightarrow 11x + 15(7 + 11t) = 1403 \Rightarrow x = 118 - 15t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 118 - 15t \geq 1 \\ y = 7 + 11t \geq 1 \end{cases} \Rightarrow t = 0, 1, 2, \dots, 7 \Rightarrow 8 \text{ جواب طبیعی دارد.}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه های ۲۵ و ۲۶)

۳۴. گزینه ۱ صحیح است.

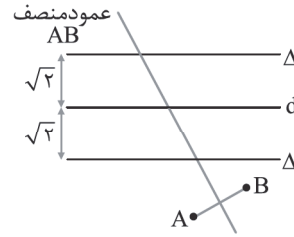
ابتدا شرط جواب را بررسی می کنیم.

$$(105, 91) = 7 | 133$$

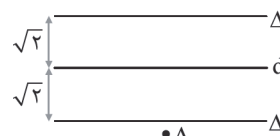
می دانیم $14 \equiv 105 \equiv 42 \equiv 133 \pmod{91}$ پس داریم:

$$14x \equiv 42 \pmod{91} \xrightarrow{\div 14} x \equiv 3 \pmod{91} \Rightarrow x = 13q + 3 \xrightarrow{q=2} x = 29$$

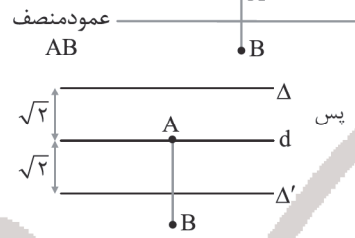
(ریاضیات گسسته، صفحه های ۲۵ و ۲۷)



عمودمنصف AB هر دو خط Δ و Δ' را قطع می کند، پس مسئله دو جواب دارد.



عمودمنصف AB موازی Δ و Δ' است، پس مسئله جواب ندارد.



Δ' عمودمنصف AB است، پس مسئله بی شمار جواب دارد.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۸)

۲۸. گزینه ۴ صحیح است.

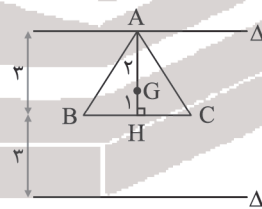
ارتفاع AH را رسم می کنیم. نقطه G روی این ارتفاع قرار دارد؛ چون در مثلث متساوی الساقین ارتفاع و میانه وارد بر قاعده بر هم منطبق هستند.

$$S_{\Delta ABC} = 6 \Rightarrow \frac{1}{2} AH \times BC = 6 \Rightarrow \frac{1}{2} (AH)(4) = 6 \Rightarrow AH = 3$$

در نتیجه:

$$GA = \frac{2}{3} AH = \frac{2}{3} (3) = 2$$

در ضمن ضلع BC ثابت و A از BC فاصله ثابت ۳ دارد پس مکان هندسی رأس A دو خط موازی BC به فاصله ۳ از آن است. (دو خط Δ و Δ') بنابراین دایره به مرکز G و شعاع ۲ را دو بار قطع می کند و با خط Δ' مماس است. پس ۳ نقطه با این شرایط وجود دارد.



(هندسه دوازدهم، صفحه ۳۸)

ریاضیات گسسته

۲۹. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا کل حالات را محاسبه می کنیم. چون هر دانش آموز می تواند در ۴ مدرسه ثبت نام کند، پس تعداد کل حالات 4^6 می شود.

حال تعداد حالاتی را محاسبه می کنیم که مدرسه علی و حسین یکسان باشد. علی و حسین در ۴ مدرسه می توانند ثبت نام کنند و بقیه نفرات هم به $4^4 = 4^5 = 4^4$ طریق می توانند ثبت نام کنند. پس به $4 \times 4^4 = 4^5$ روش می تواند مدرسه آنها یکسان باشد. پس طبق اصل متمم داریم:

$$4^6 - 4^5 = 3 \times 4^5$$

(ریاضی دهم، صفحه های ۱۲۲ و ۱۲۳)



۳۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$n \equiv 7 \Rightarrow \begin{cases} n^2 \equiv 49 \\ 3n \equiv 21 \end{cases} \Rightarrow n^2 + 3n \equiv 70 \Rightarrow 70 \equiv -1$$

$$\Rightarrow m | 71 \Rightarrow m = 1, 71$$

بزرگ‌ترین مقدار $m = 71$ است که مجموع ارقام آن برابر ۸ است.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۳۶. گزینه ۴ صحیح است.

اگر اختلاف روزهای دو تاریخ ضرب ۷ باشد، یک روز هفته را نشان می‌دهند.

بررسی گزینه‌ها:

$$(۱) \quad ۶ \text{ فروردین تا } ۲۹ \text{ تیر} \quad ۶ + ۶ + ۱ \equiv ۱۳ \equiv ۴$$

$$(۲) \quad ۱۷ \text{ اردیبهشت تا } ۱ \text{ آبان}$$

$$(۳) \quad (۳۱ - ۱۷) + ۴ \times ۳۱ + ۳۰ + ۱ \equiv ۱۴ + ۱۲ + ۲ + ۱ \equiv ۲۹$$

$$(۴) \quad ۸ \text{ مرداد و } ۳۰ \text{ آبان} \quad ۲ + ۲ + ۲ + ۲ \equiv ۸ \equiv ۲$$

$$(۴) \quad ۳۱ \text{ شهریور تا } ۴ \text{ اسفند}$$

$$۵ \times ۳۰ + ۴ \equiv ۱۰ + ۴ \equiv ۱۴$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۲۴)

۳۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$\overline{ab \cdot ab} = \overline{ab \dots ab} = 100 \cdot \overline{ab} = 7 \times 13 \times 11 \overline{ab}$$

اگر A مضرب ۱۹ باشد باید عدد ۲ رقمی \overline{ab} مضرب ۱۹ باشد.

$$\overline{ab} = 19q, q = 1, 2, 3, 4, 5$$

پس ۵ مقدار یافت می‌شود.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۳۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$a52 + 7b3 + 43c \equiv 62$$

$$\Rightarrow a \times 100 + 52 + 700 + 10b + 3 + 43c + c \equiv 62$$

دقت کنید $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ پس داریم:

$$\overline{abc} + 752 + 433 \equiv 62 \Rightarrow \overline{abc} + 1185 \equiv 62$$

می‌دانیم $1185 \equiv 74$ پس داریم:

$$\overline{abc} + 74 \equiv 62 \Rightarrow \overline{abc} \equiv -12 \equiv 89 \Rightarrow \overline{abc} = 101q + 89$$

حال برای پیدا کردن بزرگ‌ترین مقدار ۳ رقمی \overline{abc} ، $q = 9$ قرار می‌دهیم.

$$\overline{abc} = 998$$

که مجموع ارقام آن ۲۶ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۳۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2, \text{ پس کافی است باقیمانده } (3^4 - 1)^2 \text{ را بر } 25 \text{ پیدا کنیم:}$$

$$3^2 \equiv 9 \pmod{25} \rightarrow 3^{12} \equiv 9^{12} \pmod{25} = (9^6)^2 \pmod{25}$$

از طرفی $3^6 \equiv 27 \pmod{25}$ و $3^6 \equiv 14 \pmod{25}$ پس:

$$3^{36} \equiv 3 \times 14 \pmod{25} \rightarrow 3^{41} \equiv 9 \times 3 \times 14 \equiv 2 \times 14 \equiv 3 \pmod{25}$$

$$(3^4 - 1)^2 \equiv (3 - 1)^2 \equiv 4 \pmod{25}$$

پس:

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۴۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{cases} a = 23b + 17, 2a \equiv 3b \Rightarrow 46b + 34 \equiv 3b \Rightarrow b \equiv 1 \\ b > 17 \end{cases}$$

پس $b = 11q + 1$ می‌باشد.چون $b > 17$ است پس $q \geq 2$ می‌باشد. حال داریم:

$$a = 23b + 17 = 23(11q + 1) + 17 \Rightarrow a = 253q + 40$$

چون $q \geq 2$ می‌باشد، پس حداقل مقدار a به ازای $q = 2$ به دست می‌آید.

$$a = 253 \times 2 + 40 = 546$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۲۲ و ۲۵)

فیزیک

۴۱. گزینه ۲ صحیح است.

زاویه بین دو نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 مطرح نشده، بنابراین محاسبه دقیق بزرگی نیروی برآیند ممکن نیست. می‌دانیم $\vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} |\vec{F}_1 - \vec{F}_2| \leq |\vec{F}_{net}| \leq |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \Rightarrow 2 \leq 5a \leq 14 \Rightarrow 0,4 \frac{m}{s^2} \leq a \leq 2,8 \frac{m}{s^2} \\ \vec{F}_{net} = ma \end{cases}$$

بنابراین شتاب جسم باید در محدوده $0,4 \leq a \leq 2,8$ باشد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۳)

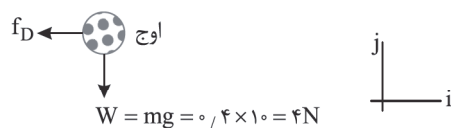
۴۲. گزینه ۱ صحیح است.

مورد (الف) نادرست است، زیرا حرکت بدون شتاب است و نیروها یکدیگر را خنثی کرده‌اند.

موارد (ب) و (ج) نادرست است، زیرا نیروی کنش و واکنش به دو جسم وارد می‌شوند و فقط مورد (د) درست است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۴)

۴۳. گزینه ۲ صحیح است.



$$W = mg = 0,4 \times 10 = 4N$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m} = \frac{-F_D \vec{i} + (-4)\vec{j}}{0,4} = -2,5F_D \vec{i} - 10\vec{j} \Rightarrow 12,5 = \sqrt{\left(\frac{F_D}{m}\right)^2 + 10^2}$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{(-2,5F_D)^2 + (-10)^2} = 12,5 \Rightarrow F_D = 2N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۴)

$$(F_{net})_y = 0$$

$$\Rightarrow F_N = mg + F_p \Rightarrow F_N = 30 \text{ N}$$

برای محاسبه شتاب نیز از رابطه جابه‌جایی - زمان استفاده می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_i t \Rightarrow 6 = \frac{1}{2}a \times 4 \Rightarrow a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

بنابراین:

$$(F_{net})_x = ma$$

$$\Rightarrow 23 - f_k = 2 \times 3 \Rightarrow f_k = 27 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow 27 = \mu_k \times 30 \Rightarrow \mu_k = 0.9$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۴۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$F_p = 0.6F_1, a_p = 1/2a_1, m_p = m_1 - 8$$

$$\frac{F_p}{F_1} = \frac{m_p}{m_1} \times \frac{a_p}{a_1} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{m_1 - 8}{m_1} \times \frac{1/2}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{m_1 - 8}{m_1} \Rightarrow m_1 = 2m_1 - 16 \Rightarrow m_1 = 16 \text{ kg}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۴۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$F_{net, قائم} = 0 \Rightarrow F_N = mg = 40 \text{ N}$$

$$\Rightarrow f_k = 40 \times 0.4 = 16 \text{ N}$$

$$F_{net, افقی} = ma \Rightarrow F - f_k = ma$$

$$\Rightarrow 20 - 16 = 4a \Rightarrow a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با کاهش نیروی F ، بزرگی شتاب در صورتی سه برابر می‌شود که جهت شتاب عوض شود.

$$F_{net} = ma \Rightarrow f_k - F' = ma \Rightarrow 16 - F' = 4 \times 3 \Rightarrow F' = 4 \text{ N}$$

$$\text{مقدار تغییرات} = \frac{4 - 20}{20} \times 100 = -80\%$$

پس باید نیروی افقی 80% درصد کاهش یابد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۵۰. گزینه ۴ صحیح است.

برای جعبه می‌نویسیم:

$$\begin{cases} F_{net} = T - f_k = ma \Rightarrow a = \frac{T - \mu_k mg}{m} = \frac{400 - 200}{50} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ f_k = \mu_k F_N = 200 \text{ N} \end{cases}$$

از شروع حرکت تا پاره شدن طناب:

$$v = at + v_i = 4 \times 5 + 0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x_1 = \frac{v_0 + v}{2} \Delta t = \frac{0 + 20}{2} \times 5 = 50 \text{ m}$$

پس از پاره شدن طناب در امتداد افقی فقط نیروی اصطکاک به جسم وارد می‌شود.

$$F_{net} = -f_k \Rightarrow 50a = -200 \Rightarrow a = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v^2 - v_i^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 20^2 = 2(-4)\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 50 \text{ m}$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 50 + 50 = 100 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۲)

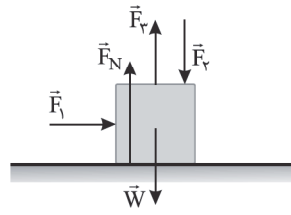
۴۴. گزینه ۳ صحیح است.

مقدار نیروی عمودی سطح وارد بر جعبه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\vec{W} + \vec{F}_N + \vec{F}_p + \vec{F}_f = 0$$

$$\Rightarrow F_N + F_p - F_f - mg = 0$$

$$\Rightarrow F_N = mg + F_f - F_p$$



بنابراین برای افزایش اندازه F_N ، مقدار F_p باید افزایش یابد یا مقدار F_f کم شود. پس گزینه ۳ می‌تواند صحیح باشد.

افزایش یا کاهش یکسان مقادیر F_p و F_f هیچ اثری روی مقدار F_N ندارد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۴۵. گزینه ۱ صحیح است.

در حالت ساکن بودن آسانسور، عدد ترازو (F_N) همان W است. برای پاسخ به سوال، باید تمام حالت‌ها را بررسی نماییم.

(الف) در این حالت، عدد ترازو از 60 N بیشتر است.

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = mg + ma$$

(ب) در این حالت، عدد ترازو از 60 N کمتر است.

$$mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = mg - ma$$

(ج) در این حالت، عدد ترازو بیشتر از 60 N است.

$$mg - F_N = m(-a) \Rightarrow F_N = mg + ma$$

(د) در این حالت، عدد ترازو بیشتر از 60 N است.

$$F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = mg + ma$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۳۹)

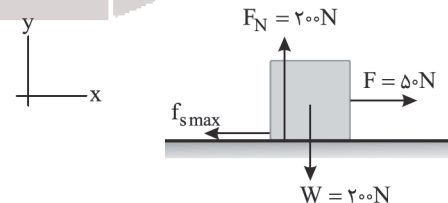
۴۶. گزینه ۱ صحیح است.

با توجه به نمودار $(v-t)$ ، جسم در لحظه $t = 4 \text{ s}$ در آستانه حرکت قرار می‌گیرد. از طرفی در لحظه $t = 4 \text{ s}$ نیروی افقی به 50 N می‌رسد. بنابراین:

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N = mg = 200 \text{ N}$$

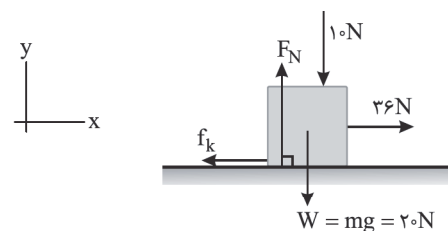
$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F = f_{s, \text{max}}$$

$$\Rightarrow 50 = \mu_s \times F_N \Rightarrow 50 = \mu_s \times 200 \Rightarrow \mu_s = 0.25$$



(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۴)

۴۷. گزینه ۴ صحیح است.





۵۷. گزینه ۳ صحیح است.



$$F_{net} = ma$$

$$T - mg = ma \Rightarrow T = m(g + a)$$

$$\Rightarrow T = 10(10 + 5) = 150 \text{ N}$$

حالت اول:

حالت دوم:

$$T_2 = 1/2 T_1 = \frac{1/2}{100} \times 150 = 180 \text{ N}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow T - mg = ma \Rightarrow 180 - 100 = 10a \Rightarrow a = 8 \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{8}{5} = 1.6 \Rightarrow 60\% \text{ افزایش می یابد.}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۵)

۵۸. گزینه ۲ صحیح است.

چون 40 N نشان دهنده f_k و 10 N نشان دهنده $f_{s \max}$ است. چون $F = 120 \text{ N}$ از $f_{s \max}$ بیشتر است، بنابراین جسم به حرکت درآمده است.

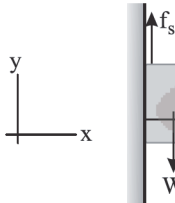
$$F_{net} = ma \Rightarrow 120 - 40 = 20a$$

$$\Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_i t = \frac{1}{2} \times 4 \times 9 + 0 = 18 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴۰ تا ۴۳)

۵۹. گزینه ۳ صحیح است.



چون حرکت تندشونده و رو به بالاست، f_s از W بیشتر است و از آنجایی که کتاب نسبت به آسانسور ساکن است، همان شتاب آسانسور را دارد.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4}{2} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$(F_{net})_y = ma \Rightarrow f_s - mg = ma \Rightarrow f_s - 20 = 2 \times 2 \Rightarrow f_s = 24 \text{ (I)}$$

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N = 18 \text{ (II)}$$

$$\text{از (I) و (II): } R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} \Rightarrow R = \sqrt{24^2 + 18^2} = 30 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴۴ تا ۴۶)

۶۰. گزینه ۱ صحیح است.

فقط گزاره (د) صحیح است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۰ تا ۳۴)

۶۱. گزینه ۴ صحیح است.

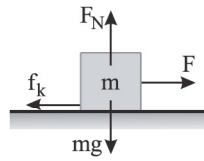
$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow 400 \times 10^3 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^3 \times v_1^2$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 400 \Rightarrow v_1 = 20 \frac{m}{s} \Rightarrow v_1 = 72 \frac{km}{h}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 9 = \left(\frac{v_2}{20}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{20} = 3 \Rightarrow v_2 = 3 \times 72 = 216 \frac{km}{h}$$

$$\Rightarrow \Delta v = 216 - 72 = 144 \frac{km}{h}$$

۵۱. گزینه ۳ صحیح است.



$$F_N = mg = 80$$

$$F - f_k = ma$$

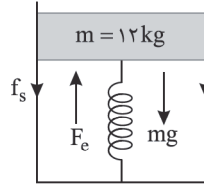
$$40 - f_k = 8 \times 2 \Rightarrow f_k = 24 \text{ N}$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow 24 = 80 \mu_k \Rightarrow \mu_k = 0.3$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴۲ و ۴۳)

۵۲. گزینه ۱ صحیح است.

وزنه در آستانه حرکت به طرف بالاست، بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر آن از طرف دیواره ها به طرف پایین خواهد بود.



$$f_s = f_{s \max} = \mu_s F_N = 50 \times 0.4 = 20 \text{ N}$$

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_e = mg + 2f_{s \max}$$

$$\Rightarrow k \Delta L = k \times \frac{25}{100} = 12 \times 10 + 2 \times 20$$

$$\Rightarrow \frac{k}{4} = 160$$

$$\Rightarrow k = 640 \left(\frac{N}{m}\right)$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۴)

۵۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_e = mg$$

$$\text{حالت (۱): } k \times (23 \times 10^{-2} - L_e) = 0.6 \times 10 \text{ (I)}$$

$$\text{حالت (۲): } k \times (23/4 \times 10^{-2} - L_e) = 0.8 \times 10 \text{ (II)}$$

$$\text{(I), (II): } k = 50 \frac{N}{m}, L_e = 21.8 \text{ cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۴)

۵۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$f_s = F_{N \text{ دیوار}} = 50 \text{ N}$$

$$F_{N \text{ کف}} - mg - 150 \text{ N}$$

$$f_{s \max} \geq f_s \Rightarrow \mu_s \times 150 \geq 50 \Rightarrow \mu_s \geq \frac{1}{3} \approx 0.33$$

پس گزینه ۴ درست است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۵)

۵۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$F_{net} = 0 \text{ در راستای قائم}$$

$$\Rightarrow F_N = mg + F_y = 80 \text{ N}$$

$$f_{s \max} = \mu_s F_N = \frac{3}{4} \times 80 = 60 \text{ N}$$

$$F_1 < f_{s \max} \Rightarrow \text{جسم ساکن می ماند} \Rightarrow f_s = F_1 = 50 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۴۲)

۵۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$t_1 \text{ در لحظه } t_1: mg = f_d \Rightarrow m \times 10 = 2 \times 10^{-3} \Rightarrow m = 2 \times 10^{-4} \text{ kg}$$



$$t_2 \text{ در لحظه } t_2: mg - f_d = ma \Rightarrow 2 \times 10^{-4} \times 10 - 5 \times 10^{-4}$$

$$= 2 \times 10^{-4} a$$

$$20 - 5 = 2a \Rightarrow a = 7.5 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳۵ تا ۳۷)

۶۲. گزینه ۱ صحیح است.

کار نیروهای F_N و W که صفر است (چون این نیروها بر جابه‌جایی عمودند). پس کار کل برابر است با مجموع کار نیروهای F و f_k . بنابراین طبق قضیه کار و انرژی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1$$

$$W_F + W_{f_k} = K_2 - K_1 \Rightarrow 60(d) \cos 60^\circ + 10(d) \cos (180^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 10^2 - 0$$

$$30d - 10d = +200 \Rightarrow 20d = 200 \Rightarrow d = 10 \text{ m}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۶۱)

۶۳. گزینه ۱ صحیح است.

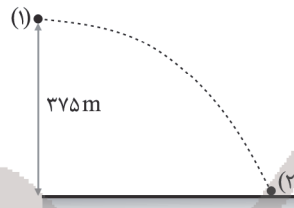
$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$10 \times 375 + \frac{1}{2} \times 2500 = \frac{1}{2} \times v_2^2$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 20 \times 375 + 2500 = 10000$$

$$\Rightarrow v_2 = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 360 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$



(فیزیک دهم، صفحه ۸۰)

۶۴. گزینه ۳ صحیح است.

برای محاسبه کل کار انجام شده می‌توان از قضیه کار و انرژی استفاده نمود.

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 40 \times (400 - 100) = 6000 \text{ J} = 6 \text{ kJ}$$

دقت کنید مسافت طی شده تأثیری در کل کار ندارد.

(فیزیک دهم، صفحه ۶۱)

۶۵. گزینه ۲ صحیح است.

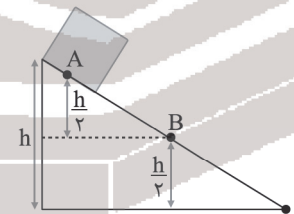
$$\Delta K = W_{\text{کل}} = W_{\text{mg}}$$

$$AB: \Delta K = K_B - 0 = mg \times \frac{h}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = mg \times \frac{h}{\sqrt{2}}$$

$$2/\sqrt{2} = 10 \times h \Rightarrow (2\sqrt{2})^2 = 10 \cdot h$$

$$\Rightarrow h = 0.8 \text{ m}$$



$$AC: \Delta K = K_C = mgh \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 = mgh \Rightarrow v_C = \sqrt{2gh}$$

$$v_C = \sqrt{2 \times 10 \times 0.8} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۸۰)

۶۶. گزینه ۴ صحیح است.

$$m = \rho v = 0.8 \frac{\text{kg}}{\text{lit}} \times 20 \text{ lit} = 16 \text{ kg}$$

$$\Delta K = W_{\text{کل}} \Rightarrow \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = W_{\text{پمپ}} + W_{\text{وزن}}$$

$$\frac{1}{2} \times 16 \times (10^2 - 0) = W_{\text{پمپ}} + (-16) \times 10 \times 20$$

$$\Rightarrow 800 = W_{\text{پمپ}} - 3200$$

$$W_{\text{پمپ}} = 4000 \text{ J} \Rightarrow \text{بازده} = \frac{W}{P.t} \times 100 = \frac{4000}{5000 \times 1} \times 100 = 80\%$$

(فیزیک دهم، صفحه ۷۵)

۶۷. گزینه ۲ صحیح است.

زاویه نیروی اعمال شده با راستای حرکت 53° درجه است.

$$\sin 53^\circ = \frac{16}{L} \Rightarrow L = \frac{16}{0.8} = 20 \text{ m}$$

$$W_F = Fd \cos(53^\circ) = 50 \times 20 \times 0.6 = 600 \text{ J}$$

$$W_{\text{mg}} = -mgh = -2 \times 10 \times 16 = -320 \text{ J}$$

$$W_t = W_{\text{mg}} + W_F = 600 - 320 = 280 \text{ J} \Rightarrow W_t = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow K_2 = 280 \text{ J}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۶۱)

۶۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$v_2 = \frac{50}{100} v_1, K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{4}K_1$$

$$\Delta K = W_{\text{کل}} = -900 \text{ J} \Rightarrow \frac{1}{4}K_1 - K_1 = -900$$

$$\frac{3}{4}K_1 = -900 \Rightarrow K_1 = 1200 \text{ J} = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow 1200 = \frac{1}{2} \times 6 \times v_1^2 \Rightarrow v_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۶۳)

۶۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$v: \text{ثابت} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_{\text{موتور}} = F_{\text{مقاوم}} = 1500 \text{ N}$$

$$W = Fd \cos \theta = 1500 \times d$$

$$P_{\text{av}} = \frac{W}{t} = 1500 \times \frac{d}{t} = 1500 \times 20 = 45 \times 10^3 \text{ W}$$

$$P_{\text{av}} = 45 \times 10^3 \text{ W} \times \frac{1 \text{ hp}}{750 \text{ W}} = 60 \text{ hp}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۷۴)

۷۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$\Delta K = W_{\text{کل}} \Rightarrow \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) = W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} (2^2 - 0) = 20 \times 10^{-3} \times 10 \times 12 + W_{\text{مقاومت هوا}}$$

$$\Rightarrow W_{\text{هوا}} = -2.26 \text{ J}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۶۲)

شیمی

۷۱. گزینه ۳ صحیح است.

سدیم سولفات (Na_2SO_4) برخلاف کلسیم فسفات و نقره کلرید در آب محلول است. انحلال پذیری مواد محلول در آب از ۱ گرم در 100° گرم حلال بیشتر است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱)

۷۲. گزینه ۲ صحیح است.

(ا) نادرست

$$\text{حل شونده } 20^\circ \text{ g} \times \frac{\text{محلول } 20^\circ \text{ g}}{\text{محلول } 30^\circ \text{ g}} = 268.85 \text{ g}$$

(ب) درست

(پ) درست

(ت) درست



۷۷. گزینه ۳ صحیح است.

هر دو مولکول جرم مولی یکسان دارند. چون مولکول‌های کربن مونوکسید قطبی است نیروهای جاذبه بین مولکول‌های آن از مولکول‌های ناقطبی نیتروژن بیشتر است و مایع کردن آن آسان‌تر است. بررسی عبارت‌های درست:

- (۱) هرچند HCl قطبی و Br_۲ ناقطبی است به دلیل آنکه جرم مولی Br_۲ بسیار بیشتر از HCl است. نقطه جوش Br_۲ بیشتر است.
 (۲) زیرا هرچه جرم مولی بیشتر باشد نیروهای بین مولکولی بیشتر بوده و نقطه جوش بیشتر خواهد بود.
 (۴) به طور کلی با افزایش قطبیت و افزایش جرم مولکول‌ها نیروهای بین مولکولی افزایش می‌یابد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۷۸. گزینه ۴ صحیح است.

(آ) درست

- (ب) نادرست، نقطه جوش H_۲O > HF > NH_۳
 (پ) نادرست، در ساختار یخ هر اتم اکسیژن به دو اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و به دو اتم هیدروژن دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.
 (ت) درست.
 (ث) نادرست، پیوند هیدروژنی بین مولکول موادی تشکیل می‌شود که در مولکول آنها اتم هیدروژن به یکی از اتم‌های N، O یا F از طریق پیوند اشتراکی متصل است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۸)

۷۹. گزینه ۴ صحیح است.

گشتاور دوقطبی اغلب هیدروکربن‌ها ناجیز و در حدود صفر است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)

۸۰. گزینه ۲ صحیح است.

حلال‌های A، B و D به ترتیب اتانول، استون و هگزان می‌باشند.
 (آ) درست، زیرا در مولکول اتانول پیوند O-H وجود دارد.
 (ب) نادرست، فرمول مولکولی هگزان C_۶H_{۱۴} می‌باشد.
 (پ) درست

(ت) نادرست، چگالی هگزان از چگالی آب کمتر است.

(شیمی دهم، صفحه ۱۰۹)

۸۱. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

- (۱) پیوند هیدروژنی آب - الکل از پیوند هیدروژنی آب - آب قوی‌تر است. از این رو اتانول به خوبی در آب حل می‌شود.
 (۲) BaSO_۴ ماده نامحلول در آب می‌باشد و نیروی جاذبه آن با آب در مقایسه انجام شده کمتر از میانگین پیوند یونی در BaSO_۴ و پیوند هیدروژنی در آب است.
 (۳) قدرت جاذبه یون - دوقطبی بیشتر از پیوند هیدروژنی می‌باشد.
 (۴) چون MgSO_۴ در آب محلول است. مقایسه انجام شده باید برعکس انجام می‌شد و نیروی جاذبه MgSO_۴ با آب باید بیشتر از میانگین پیوند یونی در MgSO_۴ و پیوند هیدروژنی در آب باشد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۰ و ۱۱۲ تا ۱۱۴)

(ث) نادرست، با توجه به انحلال‌پذیری آن، در ۲۰۰ گرم آب ۲۵°C مقدار ۱۸۴ گرم سدیم نترات حل شده و جرم محلول سیرشده آن ۲۸۴ گرم خواهد بود.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱)

۷۳. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به انحلال‌پذیری KCl در این دو دما هرگاه ۱۵۰ گرم محلول سیرشده آن از دمای ۷۵°C به ۴۵°C سرد شود مقدار ۱۰g پتاسیم کلرید رسوب خواهد کرد:

$$120 \text{ g KCl} = \frac{10 \text{ g رسوب}}{150 \text{ g محلول}} \times 120 \text{ g محلول} = 8 \text{ g KCl}$$

(شیمی دهم، صفحه ۱۰۲)

۷۴. گزینه ۲ صحیح است.

مطابق تعریف درصد جرمی در هر ۱۰۰ گرم از این محلول ۲۵ گرم نمک حل شده است. بنابراین:

$$10 \text{ g آب} = 8 \text{ g حل شونده} - 2 \text{ g محلول} = 10 \text{ g محلول}$$

بنابراین در هر ۸۰ گرم آب مقدار ۲۰ گرم نمک حل شده است:

$$25 \text{ g} = \frac{2 \text{ g حل شونده}}{8 \text{ g آب}} \times 10 \text{ g آب} = 25 \text{ g}$$

(شیمی دهم، صفحه ۱۰۲)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه انحلال‌پذیری این نمک در دماهای ۲۵°C و ۶۰°C و معادله انحلال‌پذیری نمک‌ها در آب می‌توان نوشت:

$$S = \alpha\theta + \beta, \alpha = \frac{12 - 92}{60 - 25} = 0,8$$

برای محاسبه عرض از مبدأ (β) با توجه انحلال‌پذیری آن در این دو دما به ازای افزایش هر ۵°C دما انحلال‌پذیری نمک AB به میزان ۴ گرم افزایش یافته است، پس اگر دما از ۲۵°C به صفر درجه سانتی‌گراد کاهش یابد به میزان ۲۰g از انحلال‌پذیری آن در دمای ۲۵°C (۹۲ گرم) کاسته خواهد شد:

$$\beta = 92 - 20 = 72 \Rightarrow S = 0,8\theta + 72$$

انحلال‌پذیری نمک AB در دمای ۱۰°C عبارت است از:

$$S = (0,8 \times 10) + 72 = 80 \text{ g}$$

$$20 \text{ g} = \frac{80 \text{ g AB}}{180 \text{ g محلول}} \times \text{محلول سیرشده} = 45 \text{ g AB}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

۷۶. گزینه ۲ صحیح است.

(آ) درست

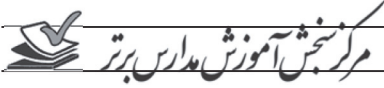
(ب) درست

(پ) درست

(ت) درست، زیرا مولکول آب قطبی بوده و می‌تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد. قطبیت آب ناشی از ساختار خمیده آن است. مولکول‌هایی که در آنها H به یکی از O، F یا N متصل باشد می‌توانند پیوند هیدروژنی تشکیل دهند.

(ث) نادرست، این مولکول‌ها ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۴)

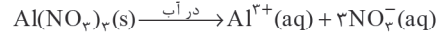


۸۲. گزینه ۳ صحیح است.

آ) درست. محلول‌هایی که بیشتر واکنش‌های شیمیایی درون بدن از جمله گوارش غذا، کنترل دمای بدن، تنفس، جلوگیری از خشکی پوست و... در آنها انجام می‌شود.

ب) درست

پ) درست



ت) نادرست، AgCl در آب نامحلول است. بنابراین نیروی جاذبه یون دوقطبی در محلول از میانگین نیروی پیوند یونی در AgCl و پیوندهای هیدروژنی در آب کمتر است.

ث) درست، گاز CO_2 یک گاز گلخانه‌ای است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۳)

۸۳. گزینه ۴ صحیح است.

نیاز روزانه بدن هر فرد بالغ به یون پتاسیم (K^+) دو برابر یون سدیم (Na^+) است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۱۶، ۱۱۹ و ۱۲۰)

۸۴. گزینه ۳ صحیح است.

آ) درست

ب) نادرست، اسیدها با اغلب فلزها واکنش می‌دهند.

پ) درست

ت) درست

ث) نادرست، فرمول شیمیایی آهک CaO می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۸۵. گزینه ۳ صحیح است.

آ) درست

ب) درست

پ) درست، اغلب اکسیدهای فلزی و نافلزی در واکنش با آب به ترتیب

باز و اسید تولید می‌کنند. K_2O یک اکسید بازی است. برم (${}_{35}\text{Br}$)

یک نافلز بوده و اکسید آن در واکنش با آب اسید تولید می‌کند.

ت) درست

ث) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۸۶. گزینه ۲ صحیح است.

آ) درست

ب) نادرست، محلول سدیم کلرید جریان برق را عبور می‌دهد.

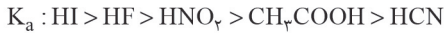
پ) نادرست، در زندگی روزانه با انواع اسیدها سروکار داریم که برخی

قوی و اغلب آنها ضعیف هستند.

ت) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۸۷. گزینه ۴ صحیح است.



بررسی عبارت‌های نادرست:

۱) به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود یونش می‌گویند.

۲) به اسیدی که هر مولکول آن در آب تنها می‌تواند یک یون هیدرونیوم تولید کند اسید تک‌پروتون‌دار می‌گویند.

۳) برای هر واکنش تعادلی یک ثابت تعادل وجود دارد!

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۸، ۲۲ و ۲۳)

۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

ثابت تعادل (و ثابت یونش اسیدها) تنها با تغییر دما تغییر می‌کند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۶، ۱۷، ۲۲ و ۲۳)

۸۹. گزینه ۲ صحیح است.

واکنش‌های برگشت‌پذیر در شرایط مناسب همزمان در هر دو جهت رفت و برگشت انجام می‌شوند تا اینکه سرانجام لحظه‌ای فرامی‌رسد که غلظت واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها ثابت می‌ماند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۲۱)

۹۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده}} \times 100 = \frac{18}{500} \times 100 = 3.6\%$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۹)

۹۱. گزینه ۴ صحیح است.

هرچند ثابت یونش استیک اسید ۱٪ برابر ثابت یونش فورمیک اسید است نمی‌توان گفت سرعت واکنش ۱۰ برابر افزایش می‌یابد.

بررسی عبارت‌های درست:

۱) زیرا با افزایش دما میزان یونش اسید و شمار یون‌های هیدرونیوم در محلول افزایش می‌یابد.

۲) زیرا جرم منیزیم مصرفی در هر دو واکنش یکسان است.

۳) هیدروکلریک اسید یک اسید قوی بوده و شمار یون‌های هیدرونیوم در محلول آن بسیار بیشتر است و سرعت واکنش Mg با محلول آن بیشتر می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۹۲. گزینه ۱ صحیح است.

آ) درست، زیرا HX و HNO_3 هر دو اسید قوی هستند. HA یک

اسید ضعیف است و نسبت $\frac{\alpha_{\text{HX}}}{\text{HA}}$ از نسبت $\frac{\alpha_{\text{HX}}}{\alpha_{\text{HNO}_3}}$ بزرگ‌تر است.

ب) نادرست، زیرا سولفوریک اسید یک اسید ۲ پروتون‌دار است.

پ) درست، با توجه به نمودار یونش HA درجه یونش آن از ۴٪ کمتر است. پس HA اسید ضعیف‌تری از HB می‌باشد.

ت) درست، درصد یونش HX برابر ۱۰۰ می‌باشد و درصد یونش HA حتی از ۲۵ درصد هم کمتر است. پس تفاوت درصد یونش این دو اسید

بیشتر از ۶۰ می‌باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۳)

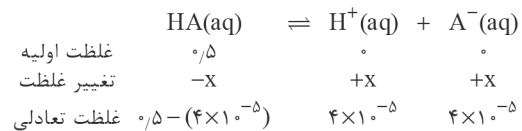


۹۳. گزینه ۲ صحیح است.

$$? \text{ mol HA} = 5,4 \text{ g HA} \times \frac{1 \text{ mol HA}}{27 \text{ g HA}} = 0,2 \text{ mol HA}$$

$$M_{\text{HA}} = \frac{0,2 \text{ mol}}{0,4 \text{ L}} = 0,5 \text{ mol L}^{-1}$$

$$[\text{A}^-] = \frac{1,6 \times 10^{-5} \text{ mol}}{0,4 \text{ L}} = 4 \times 10^{-5} \text{ mol L}^{-1}$$



از عدد ۴ × ۱۰^{-۵} در مقابل ۰/۵ صرف نظر می کنیم.

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]} = \frac{4 \times 10^{-5} \times 4 \times 10^{-5}}{0,5} = 3,2 \times 10^{-9}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۲۲ و ۲۳)

۹۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$[\text{HA}] : [\text{H}_3\text{O}^+] = M \times \alpha \Rightarrow 10^{-13} = M \times 10^{-0,4}$$

$$\Rightarrow M = a = 10^{-0,9} \text{ mol L}^{-1}$$

$$[\text{HB}] : [\text{H}_3\text{O}^+] = M' \times \alpha' \Rightarrow 10^{-5} = M' \times 1 \times 10^{-1,4}$$

$$\Rightarrow M' = b = 10^{-3,6}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{10^{-3,6}}{10^{-0,9}} = 10^{-2,7}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه ۱۹)

۹۵. گزینه ۲ صحیح است.

(آ) درست، در باران اسیدی نیتریک اسید و سولفوریک اسید وجود دارد.
(ب) درست، در اسیدهای آلی با افزایش شمار کربن قدرت اسیدی کاهش می یابد.



(پ) درست، HCl و HNO₃ اسید تک پروتون دار قوی هستند.

(ت) درست، زیرا قدرت اسیدی HCN از HCOOH کمتر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه های ۲۳ و ۲۴)